

**О РЕДУЦИРОВАННОМ СЕЧЕНИИ ТОНКОСТЕННЫХ
ТАВРОВЫХ, УГОЛКОВЫХ И КРЕСТООБРАЗНЫХ
ПРОФИЛЕЙ ПОСЛЕ МЕСТНОЙ ПОТЕРИ
УСТОЙЧИВОСТИ**

Ильяшенко А.В.

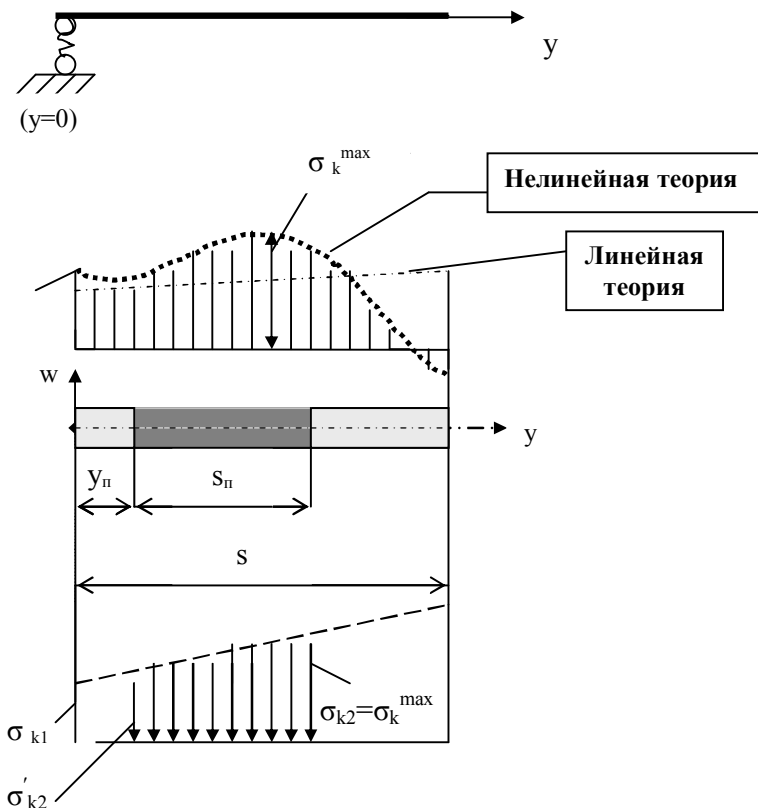
*Доцент кафедры «Строительная механика» Московского
государственного строительного университета, кандидат технических наук*

Исследование несущей способности сжатых упругих тонкостенных стержней, имеющих начальную погибь и претерпевших местную потерю устойчивости, связано с определением редуцированного поперечного сечения стержня. Основные положения, принятые для исследования напряжённо-деформированного состояния в закритической стадии сжатых неидеальных тонкостенных стержней, приведены в работах [1-3]. В данной статье рассматривается закритическое поведение стержней, которые представляются в виде совокупности совместно работающих элементов – пластинок с начальной погибью, имитирующих работу полка уголкового, тавровых и крестообразных профилей. Это так называемые полки-пластинки с одним упруго защемлённым краем и другим свободным (см. рисунок). В работах [1-2] такая пластинка относится к типу II.

Было установлено [3], что разрушающая нагрузка, характеризующая несущую способность стержня, значительно превышает нагрузку $P_{кр}^{(M)}$, при которой происходит местная потеря устойчивости несовершенного профиля. Из графиков, представленных в [3], видно, что деформации продольных волокон по периметру поперечного сечения в закритической стадии становятся крайне неодинаковыми. В волокнах, удалённых от рёбер, деформации сжатия при увеличении нагрузки уменьшаются, а при нагрузках, близких к предельным, из-за резкого искривления этих волокон вследствие начальных погибей и всё возрастающих стрелок продольных полуоволн, образовавшихся после местной потери устойчивости, появляются и интенсивно растут деформации растяжения.

Участки поперечного сечения с искривлёнными продольными волокнами сбрасывают напряжения, как бы выключаются из работы стержня, ослабляя эффективное сечение и уменьшая его жёсткость. Итак, несущая способность тонкостенного профиля не ограничивается местной потерей устойчивости. Полная нагрузка, воспринимаемая более жёсткими (менее искривлёнными) участками поперечного сечения, может значительно превосходить величину $P_{кр}^{(M)}$.

Получим эффективное, редуцированное сечение, исключив неработающие участки профиля. Для этого используем выражение для функции напряжений $\Phi_k(x, y)$, описывающей напряжённое состояние k -ой пластинки типа II (см. [1]).



Приведённая ширина редуцированного сечения начально-искривлённой пластинки

Перейдём к закритическим напряжениям σ_{kx} (в направлении действия внешней сжимающей силы), определяемым в наиболее неблагоприятном сечении стержня ($x=0$). Запишем их в общем виде:

$$\sigma_{kx} = \partial^2 \Phi_k(A_{km}, y, f_{kj}, f_{koj}, \beta_{c,d}, \beta_{c,d,j}, \ell, s) / \partial y^2, \quad (1)$$

где постоянные интегрирования A_{km} ($m=1,2,\dots,6$) и стрелки составляющих приобретённых прогибов f_{kj} ($j=1,2$) определяются из решения системы разрешающих уравнений [2]. Эта система уравнений включает в себя нелинейные вариационные уравнения и граничные условия, описывающие совместную работу неидеальных пластинок профиля. Стрелки f_{koj} ($j=1,2,\dots,5$) составляющих начального прогиба k -ой пластинки определяются для каждого типа профиля экспериментально;

ℓ – длина образующейся при местной потере устойчивости полуволны [2];

s – ширина пластинки;

$$\beta_{c,d} = cs^2 + dl^2;$$

$$\beta_{c,d,j} = cs^4 + dl^2s^2 + gl^4;$$

c, d, j – целые положительные числа.

Приведённую или эффективную ширину редуцированного сечения пластинки-полки (типа II) обозначим через s_n . Для её определения выпишем условия перехода от действительного поперечного сечения стержня к редуцированному:

1. Напряжения в продольных волокнах у начальной грани пластинки (при $y=0$), примыкающей к ребру (см. рисунок), остаются такими же, как и полученные по нелинейной теории (1):

$$\sigma_{k1} = -A_{k1} - 4\pi^2(A_{k2} + 2A_{k3})/\ell^2 + E\pi^2(-\beta_{768,96,7}F_{k1}^2/8\ell^2\beta_{256,32,1} + \ell^2\beta_{8,(-8),(-7)}f_{k1}f_{k04}/8\beta_{16,8,1}\beta_{1,2,1} + \ell^4f_{k2}f_{k05}/\pi\beta_{4,1}^3), \quad (2)$$

где $F_{kr}^2 = F_{kr}^2 + 2f_{k0r}f_{kr}$.

Для определения напряжения $\sigma_{k2} = \sigma_k^{\max}$ необходимо подставить в (1) ординату наиболее загруженного продольного волокна, которая находится из условия: $\partial\sigma_{kx}/\partial y = 0$.

2. Сумма внутренних усилий в пластинке при переходе к редуцированному сечению в направлении действия сжимающей силы не меняется:

$$s_n(\sigma'_{k2} + \sigma_{k2})/2 = \int_0^s \sigma_{kx} dy. \quad (3)$$

3. Момент внутренних усилий относительно оси, проходящей через начальную грань ($y=0$) перпендикулярно плоскости пластинки, остаётся прежним:

$$s_n(\sigma'_{k2} + \sigma_{k2})[y_n + s_n(2\sigma_{k2} + \sigma'_{k2})/3(\sigma_{k2} + \sigma'_{k2})]/2 = \int_0^s \sigma_{kx} y dy. \quad (4)$$

Из рисунка очевидно, что

$$\sigma'_{k2} = \sigma_{k1} + y_n(\sigma_{k2} - \sigma_{k1}) / (y_n + s_n). \quad (5)$$

Запишем систему уравнений для определения приведённой ширины пластинки s_n . Для этого подставим (1) и (5) в (3) и (4):

$$s_n[2\sigma_{k2}y_n + s_n(\sigma_{k1} + \sigma_{k2})] / 2(s_n + y_n) = -A_{k1}s - A_{k6}s^2/2 - 2\pi\{A_{k2}sh2\alpha + A_{k3}(sh2\alpha + 2ach2\alpha) + A_{k4}(ch2\alpha - 1) + A_{k5}[(ch2\alpha - 1) + 2\alpha sh2\alpha]\}/\ell + E\pi s[-F_{k1}^2\beta_{256,32,2}/\ell^2\beta_{16,1}^2 + (-\beta_{256,32,2}/\ell^2\beta_{16,1}^2 + 64s^2\beta_{8,1}/\pi\ell^2\beta_{16,1}^2 + 4\ell^2\beta_{256,64,3}/\pi\beta_{16,1}^4)F_{k1,2}^2 - 2\ell^2f_{k1}f_{k04}/\beta_{4,1}^2 + (4\beta_{4,2,1}/3\beta_{4,1}^3 - 9\ell^2/2\beta_{16,1}^2 - 3\ell^2/2\beta_{16,9}^2)f_{k1}f_{k05} + \pi F_{k2}^2/12\ell^2 + 2\ell^2s/\beta_{4,1}^2(2\beta_{(-4),3}/\pi\beta_{4,1} - 1)f_{k2}f_{k04} + \beta_{8,4,1}f_{k2}f_{k05}/\ell^2\beta_{4,1}^2]; \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 & s_n [2\sigma_{k2} y_n^2 + (2\sigma_{k2} + \sigma_{k1})(s_n y_n + s_n^2/3)] / 2(s_n + y_n) = \\
 = & -A_{k1} s^2 / 2 - A_{k6} s^3 / 3 - \{A_{k2}(2\alpha \operatorname{sh} 2\alpha - \operatorname{ch} 2\alpha + 1) + 4A_{k3} \alpha^2 \operatorname{ch} 2\alpha + A_{k4}(2\alpha \operatorname{ch} 2\alpha - \operatorname{sh} 2\alpha) + \\
 & + A_{k5} 4\alpha^2 \operatorname{sh} 2\alpha\} + E s^2 [\pi^2 (2\ell^4 / \pi \beta_{256,32,1} + 7/4\pi - \beta_{256,32,2} / \beta_{256,32,1}) F_{k1}^2 / \ell^2 + \\
 & + \pi^2 (8\beta_{256,64,3} / \pi^3 \beta_{256,32,1} + 8/\pi^3 - \beta_{256,32,2} / \pi \beta_{256,32,1}) F_{k1,2} / \ell^2 + \\
 & + \pi^2 (\ell^2 \beta_{24,15} / \beta_{1,2,1} - 2\pi) f_{k1} f_{k04} / \beta_{16,8,1} + (\pi \beta_{8,4,1} / \ell^2 \beta_{16,8,1} + \\
 + & \ell^2 / \beta_{256,288,81} - 9\ell^2 / \beta_{256,32,1} - 8/9\ell^2) f_{k1} f_{k05} + \pi^2 F_{k2}^2 / 16\ell^2 + 2\ell^2 (16/\beta_{4,1} - \pi^2) f_{k2} f_{k04} / \pi \beta_{16,8,1} + \\
 & + (\pi \beta_{8,4,1} / \ell^2 \beta_{16,8,1} - 2\beta_{4,3} \ell^2 / \pi \beta_{4,1}^3 - 2/\pi \ell^2) f_{k2} f_{k05}], \tag{7}
 \end{aligned}$$

где $\alpha = \pi s / \ell$; $F_{kr,\xi} = f_{kr} f_{k0\xi} + f_{kr} f_{k\xi} + f_{kor} f_{k\xi}$;

r, ξ – целые положительные числа.

Полученная система уравнений (6) и (7) даёт возможность определить приведённую ширину s_n каждой из пластинок-полок, составляющих сжатый претерпевший местную потерю устойчивости тонкостенный стержень. Таким образом, действительное поперечное сечение профиля заменили на редуцированное.

Далее по общей теории тонкостенных стержней – теории В.З.Власова, – можно определить критическую нагрузку, вызывающую общую потерю устойчивости полученного стержня с изменённым эффективным сечением.

Предлагаемая методика представляется полезной как в теоретическом, так и в практическом плане при расчётах на несущую способность сжатых предварительно искривлённых тонкостенных стержней, в которых по эксплуатационным требованиям допустимо местное волнообразование.

Библиографический список

1. Ильяшенко А.В., Ефимов И.Б. Напряжённо-деформированное состояние после местной потери устойчивости сжатых тонкостенных стержней с учётом начальной погиби // Строительные конструкции и материалы. Защита от коррозии. – Уфа: Трин-га НИИпромстрой, 1981. – С.110-119.
2. Ильяшенко А.В. К расчёту тонкостенных тавровых, уголкового и крестообразных профилей с начальной погибью // Свайные фундаменты. – Уфа: Сб. науч. тр. Ниипромстроя, 1983. – С. 110-122.
3. Ильяшенко А.В., Ефимов И.Б. Экспериментальное исследование тонкостенных стержней с искривлёнными пластинчатыми элементами // Организация и производство строительных работ. – М.: Центр.Бюро н.-т. информации Минпромстроя, 1983.