

**КОГЕРЕНТНОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПОЛЕЙ  
СТОЯЧИХ ВОЛН КАК ОСНОВА ДЕТАЛЬНОГО  
СЕЙСМОЛОГИЧЕСКОГО ОБСЛЕДОВАНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ  
СООРУЖЕНИЙ**

УДК 624.042

**Еманов Александр Федорович**

*Директор Алтае-Саянского филиала геофизической службы СО РАН, г.Новосибирск,  
доктор технических наук*

**Селезнёв Виктор Сергеевич**

*Директор геофизической службы СО РАН, г.Новосибирск,  
доктор геолого-минералогических наук*

**Бах Александр Александрович**

*Старший научный сотрудник геофизической службы СО РАН, г.Новосибирск*

Инженерные сооружения по конструкции являются замкнутым объёмом, и распространение сейсмических колебаний в них приводит к формированию стоячих волн. Ещё в девятнадцатом веке была доказана общеизвестная теорема [6, 8, 9] о независимости решения по стоячим волнам от начальных условий. Для инженерных сооружений это означает, что стоячие волны, формирующиеся в них, не зависят от источника колебаний. Для поля стоячих волн в здании не важно, где размещён источник колебаний и какого типа источник используется.

Опираясь на данную теорему, можно сказать, что детальность и точность исследования стоячих волн в инженерных сооружениях должны быть одинаковы независимо от того, изучаем мы микросейсмические колебания или применяем высокостабильные по излучению искусственные источники колебаний. До последнего времени в экспериментах по изучению зданий и сооружений измерения на микросейсмических колебаниях обосновано считались менее точными, чем исследования с искусственными источниками. Дело в том, что принципиальные возможности метода и практическая реализация не всегда совпадают.

В данной работе обосновывается методика наблюдений за микросейсмами в инженерном сооружении, создаётся математическая модель волнового поля, строятся алгоритмы, позволяющие выделить стоячие волны в чистом виде и преобразовывать их из разновременных наблюдений в одновременные записи стоячих волн на плотной системе наблюдений в инженерном сооружении. Рассматриваются возможности качественной интерпретации детальной информации о стоячих волнах для диагностики физического состояния и определения сейсмостойкости сооружений, а также затрагиваются проблемы разработки методов количественной интерпретации детальных наблюдений.

Колебания для каждой из нормальных мод описываются выражением [x]

$$\Psi(x, y, z, t) = A(x, y, z) \cos(\omega_m t + \varphi_{x,y,z}), \quad (1)$$

где  $A(x, y, z)$  – геометрическая форма стоячей волны;

$\varphi_{x,y,z}$  – фаза колебаний в заданной точке для конкретной нормальной моды;

$\omega_m$  – частота собственных колебаний.

Геометрическая форма стоячей волны, фаза и частота собственных колебаний зависят от строения инженерного объекта, от физических параметров материала, из которого изготовлено сооружение. При детальном измерении в объёме инженерного сооружения колебаний на каждой из нормальных мод мы можем изучить строение объекта и выявить возникающие в нём дефекты и ослабленные места. Такие исследования можно отнести к сейсмической дефектоскопии инженерных сооружений.

Стандартная оценка сейсмостойкости зданий основана на определении усиления колебаний в здании на частотах наиболее интенсивных нормальных мод [7]. Детальное изучение стоячих волн в инженерном сооружении – это не только определение дефектов в здании, но и новый уровень точности и детальности в оценке сейсмостойкости.

Из уже упомянутой теоремы вытекает важное **свойство когерентности во времени колебаний в стоячих волнах**. По стоячим волнам линейная связь между записями колебаний двух точек не зависит от времени. И эта связь выполняется как для амплитуд, так и для фаз стоячих волн. Отмеченное свойство когерентности во времени мы будем использовать для создания методики детального изучения характеристик стоячих волн в инженерных сооружениях.

Для детального изучения стоячих волн в инженерном сооружении необходимо решить два актуальных вопроса. Если мы установим сейсмоприёмник в здании, то будем регистрировать сумму стоячих и бегущих волн. *Первый вопрос: как выделить из регистрируемых колебаний стоячие волны?* Детальное изучение стоячих волн в инженерном сооружении требует плотных систем наблюдений. При обследовании крупных сооружений потребуются сотни и даже тысячи точек с одновременными записями стоячих волн. *Второй вопрос: как обойтись для изучения стоячих волн в инженерном сооружении на плотной системе наблюдений, измерениями с малокаанальной аппаратурой?*

Основу решения поставленных задач составит метод восстановления когерентных составляющих сейсмических волновых полей [3], позволяющий выделять когерентные волны из экспериментально наблюдаемых волновых полей. В упомянутой работе введено понятие когерентность по параметру. Дело в том, что, когда мы говорим о линейной связи между сейсмическими записями, то независимой она может быть от любого параметра, например, по измерению в пространстве, по эле-

ментам системы наблюдений, по площади, по энергии и т.п. Когерентность по времени – это частный случай когерентных сигналов.

Для детального обследования здания с использованием микросейсм идеально реализовать плотную систему одновременной регистрации колебаний, но это не представляется возможным. Рассмотрим иную систему наблюдений и её возможности. Одновременная регистрация колебаний здания под воздействием микросейсм ведётся в опорной и  $i$ -й точках (группе точек), затем  $i$ -я точка (группа точек) меняет свое положение и вновь проводится регистрация сейсмических колебаний одновременно с опорной точкой. Такими наблюдениями можно детально покрыть исследуемый объект с малокаанальной аппаратурой.

Задача состоит в том, как преобразовать разновременинные наблюдения в разных точках здания в одновременную запись стоячих волн на всей системе наблюдений. Для решения этой задачи необходима математическая модель колебаний. Представим колебания каждой точки как сумму двух составляющих. Первая составляющая – стоячие волны, вторая – бегущие волны.

Заложим в основу модели сейсмических колебаний инженерных сооружений, следующие предположения:

1. При воздействии микросейсмических колебаний на здание (инженерное сооружение) отличия формирующихся в нём стоячих волн, зарегистрированных в двух произвольных точках, описываются линейной системой, характеристика которой не зависит от времени.

2. При воздействии микросейсмических колебаний на здание отличия бегущих волн, зарегистрированных в двух произвольных точках, не могут быть описаны линейной системой, характеристика которой не зависит от времени.

3. Линейные связи в изменениях стоячих волн, регистрируемых в двух точках, существуют для каждой пары одноимённых компонент регистрируемых колебаний.

Третье предположение существенно упрощает поставленную задачу. Вместо того, чтобы работать с векторными сигналами с девятью характеристиками связи, мы будем работать с данными регистрации по каждой из компонент колебаний независимо друг от друга и обойдёмся тремя характеристиками связи.

Модель связи колебаний, регистрируемых в двух разных точках инженерного сооружения (здания), примет вид

$$\overline{F}_0(t) = F_0(t) + W_0(t), \quad \overline{F}_i(t) = F_0(t) * h_{0i}(t) + W_i(t), \quad (2)$$

где  $h_{0i}(t)$  – импульсная характеристика линейной системы, описывающей связь между одновременными записями стоячих волн в точках 0 и  $i$  на обследуемом объекте;

$W(t)$  – бегущие волны;

$F_0(t)$  – запись стоячей волны в опорной точке.

Подход к обработке инженерно-сейсмологических данных рассматриваемый в данной работе является развитием работ [2-5].

Для модели процесса колебаний в здании есть возможность получить одновременные записи стоячих волн из разновременных, последовательных наблюдений с опорной точкой. Процедура обработки в таком случае сводится к следующим операциям.

1. Нахождение частотных характеристик линейных систем  $h_{oi}(\omega)$ .
2. Запись или формирование независимой реализации процесса колебаний опорной точки при сейсмическом воздействии на исследуемый объект.
3. Пересчёт стоячих волн из опорной точки с использованием  $h_{oi}(\omega)$  во все точки обследуемого объекта.

Ключевым вопросом рассматриваемой схемы является задача определения  $h_{oi}(\omega)$  с необходимой точностью по записям микросейсмических колебаний. Рассматривая модель сигналов, регистрируемых в двух точках здания на одинаковых компонентах, можно видеть, что задача определения  $h_{oi}(\omega)$  сводится к определению характеристики линейной системы по сигналам на её входе и выходе, зарегистрированных на фоне шумов. Фактически необходимо определить характеристику фильтра, обеспечивающего наилучший пересчёт стоячих волн из опорной точки в  $i$ -ю. Будем искать характеристику  $h_{oi}(\omega)$  в виде оптимального фильтра Винера [1], преобразующего сигнал  $\overline{F_0}(t) = F_0(t) + W_0(t)$  в запись стоячей волны в точке  $i$ . Для этого необходимо минимизировать по  $h_{oi}(t)$  математическое ожидание квадрата ошибки между сигналом  $\overline{F_0}(t)$ , пропущенным через фильтр, и сигналом  $F_i(t)$ , являющимся выходом линейной системы [1]:

$$M \left| F_i(t) - \overline{F_0}(t) * h_{oi}'(t) \right|^2 = \min. \quad (3)$$

Взяв производную по  $h_{oi}'(t)$  от данного выражения и приравняв её к нулю, получим

$$M \left[ F_i(t) \overline{F_0}(t - \theta) \right] - h_{oi}'(\tau) * M \left[ \overline{F_0}(t - \tau) \overline{F_0}(t - \theta) \right] = 0.$$

Учитывая, что  $M[F_i(t)\overline{F_0}(t-\theta)] = R_{0i}(\theta)$  – взаимная корреляционная функция между сигналами  $F_i(t)$  и  $\overline{F_0}(t)$ , а  $M[\overline{F_0}(t-\tau)\overline{F_0}(t-\theta)] = R_{00}(\tau-\theta)$  – автокорреляционная функция колебаний, зарегистрированных в опорной точке, получим

$$R_{0i}(\theta) - h_{0i}'(\tau) * R_{00}(\tau - \theta) = 0. \quad (4)$$

Осуществив преобразование Фурье и перейдя в частотную область, получим

$$h_{0i}'(\omega) = \frac{R_{0i}(\omega)}{R_{00}(\omega)} = \frac{M[F_i(\omega)\overline{F_0}^*(\omega)]}{M[\overline{F_0}(\omega)]^2} \quad (5)$$

В знаменателе выражения (5) стоит усреднённый квадрат модуля спектра колебаний в опорной точке. Решив, каким образом осуществляется усреднение, можно осуществить его вычисление. В числителе выражения (5) стоит усреднённый взаимный спектр колебаний в опорной точке и стоячей волны в  $i$ -й точке.  $F_i(t)$  экспериментально не измеряется. Приняв, что  $W_0(t)$  и  $W_i(t)$  являются стационарными, случайными процессами, некоррелированными друг с другом и с записями стоячих волн в опорной и  $i$ -й точках, легко доказывается, что [1]

$$M[F_i(\omega)\overline{F_0}^*(\omega)] = M[F_i(\omega)F_0^*(\omega)] = M[\overline{F_i}(\omega)\overline{F_0}^*(\omega)] \quad (6)$$

Выражение (6) позволяет подставить в числитель формулы (5) усреднённый взаимный спектр колебаний, зарегистрированных одновременно в опорной и  $i$ -й точках.

Усреднение спектров в данной ситуации можно осуществить, разбивая реализацию колебаний, записанных одновременно, на  $n$  блоков. Разбив на неперекрывающиеся блоки запись, получаем множество реализаций, по которым можно осуществить усреднение. Формула для расчёта фильтра Винера, обеспечивающего пересчёт колебаний из опорной точки в  $i$ -ю, примет вид

$$h_{0i}'(\omega) = \frac{\sum_{j=1}^n \overline{F_i}(\omega)\overline{F_0}^*(\omega)}{\sum_{j=1}^n |\overline{F_0}(\omega)|^2}. \quad (7)$$

Отличия частотной характеристики фильтра Винера от характеристики линейной системы, описывающей различия стоячих волн в двух точках обследуемого объекта, описываются смещённостью оценки, которая определяется отклонением математического ожидания определяемой частотной характеристики от истинного её значения. Можно показать, что

$$M[h_{oi}'(\omega)] = \frac{h_{oi}(\omega)}{1 + |W_0(\omega)|^2 / |F_0(\omega)|^2}. \quad (8)$$

В соответствии с (8) частотная характеристика фильтра является смещённой оценкой характеристики линейного фильтра, описывающего связь колебаний двух точек обследуемого объекта. Смещённость оценки выражается в регуляризации фильтра по соотношению шум/сигнал. Другими словами, фильтр запирается на частотах с низким соотношением сигнал/шум. Отметим, что оценка фазовой характеристики фильтра не смещена.

Формула (7) позволяет вести расчёт характеристики фильтра с погрешностью, которая зависит от следующих параметров наблюдений: шаг дискретизации по времени –  $\Delta t$ , длина единичного блока –  $T$ , количество блоков в записи –  $n$ . Выбор первых двух параметров не вызывает затруднений. Шаг дискретизации увязывается с частотным диапазоном, в котором изучается реакция объекта на сейсмическое воздействие. Длина единичного блока связана с необходимым разрешением спектрального анализа  $\Delta f = 1/T$ . Сложнее вопрос о количестве блоков. Расчёт по формуле (7) – лишь некоторая оценка характеристики фильтра, погрешность которой зависит от количества блоков  $n$  и соотношения энергии шумов и полезных сигналов в модели (2).

Для оценки количества блоков, необходимых для обеспечения заданной погрешности фильтра, полезен спектр когерентности  $\gamma(\omega)$ , который можно рассчитать по записям микросейсмических колебаний в двух точках обследуемого объекта по формуле

$$\gamma^2(\omega) = \frac{|R_{oi}(\omega)|^2}{R_{00}(\omega) R_{ii}(\omega)}, \quad (9)$$

где  $R_{00}(\omega)$  – спектр автокорреляционной функции колебаний, записанных в опорной точке;

$R_{ii}(\omega)$  – тоже в  $i$ -й точке.

Применяя модель (2), получим:

$$R_{0i}(\omega) = h_{0i}(\omega)M|F_0(\omega)|^2, \quad R_{00}(\omega) = M|F_0(\omega)|^2 + M|W_0(\omega)|^2,$$

$$R_{ii}(\omega) = |h_{0i}(\omega)|^2 M|F_0(\omega)|^2 + M|W_i(\omega)|^2.$$

Эти выражения получены в предположении о независимости реализаций шумов на входе и выходе линейной системы и их некоррелированности с полезными сигналами. Подставляя полученные соотношения в (9), получим

$$\gamma^2(\omega) = \frac{1}{(1 + \alpha_0(\omega))(1 + \alpha_i(\omega))},$$

где  $\alpha_0(\omega) = \frac{M|W_0(\omega)|^2}{M|F_0(\omega)|^2}$ ,  $\alpha_i(\omega) = \frac{M|W_i(\omega)|^2}{M|F_i(\omega)|^2}$  – отношения средне-

взвешенных квадратов шум/полезный сигнал в опорной и  $i$ -й точках.

Из формулы (10) следует, что спектр когерентности зависит только от отношения энергии бегущих волн к энергии стоячих волн. Спектр когерентности может быть рассчитан по одновременным записям в любой паре точек обследуемого объекта. Значения  $\gamma(\omega)$  лежат в диапазоне 0-1. Единица соответствует случаю, когда в двух точках регистрируются только стоячие волны. При  $\gamma(\omega) = 0$  в двух точках здания регистрируются только бегущие волны.

Экспериментами доказано [2-5], что значения спектра когерентности на собственных частотах инженерных сооружений высоки 0.8-0.99, а в промежутке между ними соответствуют значениям 0.1-0.3.

Полученный алгоритм расчёта характеристики фильтров является симбиозом фильтра Винера, свойства когерентности стоячих волн и методов математической статистики. Математическая статистика позволяет не только строить фильтры для выделения когерентных во времени стоячих волн, но и определять точность полученного волнового поля через дисперсию оценки характеристик. Подробное описание алгоритмов оценки точности можно найти в работе [4]. Среднеквадратическая ошибка фазовой характеристики фильтра Винера для пересчёта стоячих волн из опорной точки в  $i$ -ю будет равна

$$\sigma_\theta(\omega) \approx \frac{\sqrt{1 - \gamma_{oi}^2(\omega)}}{|\gamma_{oi}(\omega)|\sqrt{2n}}.$$

Данная формула позволяет рассчитать ошибку фазовой характеристики в зависимости от частоты в радианах. Относительная ошибка амплитудной характеристики фильтра равна

$$\varepsilon \left[ \left| h'_{oi}(\omega) \right| \right] = \frac{\sigma \left[ \left| h'_{oi}(\omega) \right| \right]}{\left| h_{oi}(\omega) \right|} \approx \frac{\left[ 1 - \gamma_{oi}^2(\omega) \right]^{1/2}}{\left| \gamma_{oi}(\omega) \right| \sqrt{2n}},$$

где  $\sigma \left[ \left| h'_{oi}(\omega) \right| \right]$  – среднеквадратическое отклонение оценки частотной характеристики фильтра.

Из этих формул заданная точность и число блоков могут быть увязаны после вычисления значения спектра когерентности на частоте собственных колебаний здания. Количество блоков определяет длину реализации, записанную в каждой точке обследуемого объекта, и существенно влияет на производительность работ. Оптимальная производительность достигается последовательной регистрацией колебаний в точках объекта при длине реализации 5-10 минут и существенно снижается при длинах реализаций, измеряемых часами. При высокой когерентности колебаний 0.8-0.99, наблюдаемой на инженерных сооружениях на частотах нормальных мод, удаётся достигнуть погрешности порядка 5% и менее для пересчёта стоячих волн и производительности обследования зданий – за несколько дней, а такого объекта, как плотина Саяно-Шушенской ГЭС, – за две недели (при детальности обследования через 5-10 м).

Пример восстановления поля стоячих волн дан на рис.1. На рисунке приведены одновременные наблюдения в одной из галерей Саяно-Шушенской ГЭС (рис.1,а), трассы пересчитанных в эти же точки системы наблюдений колебаний (рис.1,б), результат двухмерной фильтрации пересчитанных трасс (рис.1,в). Вместо нерегулярных колебаний мы получили регулярное волновое поле, в котором явно видны отражения от бортов плотины.

По этим записям начинается детальное обследование. Первый вопрос обследования – это обнаружение и изучение нормальных мод колебаний инженерного сооружения. На рис.2 дан монтаж спектров трасс вдоль одной из галерей плотины Саяно-Шушенской ГЭС (радиальные колебания). По спектрам модуляция амплитуды от трассы к трассе позволяет сразу же определять кратность обнаруженной моды. Для таких объектов, как плотины ГЭС, предложенная методика позволяет выявлять и изучать особенности распределения амплитуд и фаз стоячих волн по пространству на нескольких десятках нормальных мод.

Выделенные стоячие волны легко отфильтровываются и строятся карты амплитуд и фаз колебаний по каждой из нормальных мод в обследуемом объекте. По ним изучаются особенности каждой из стоячих волн. При обследовании зданий основная информация содержится в искажениях геометрической формы стоячей волны, вызванных физическим состоянием конструкций. Анализ искажений позволяет проводить диагностику физического состояния зданий и выявлять элементы наиболее вероятных разрушений при сейсмических воздействиях.



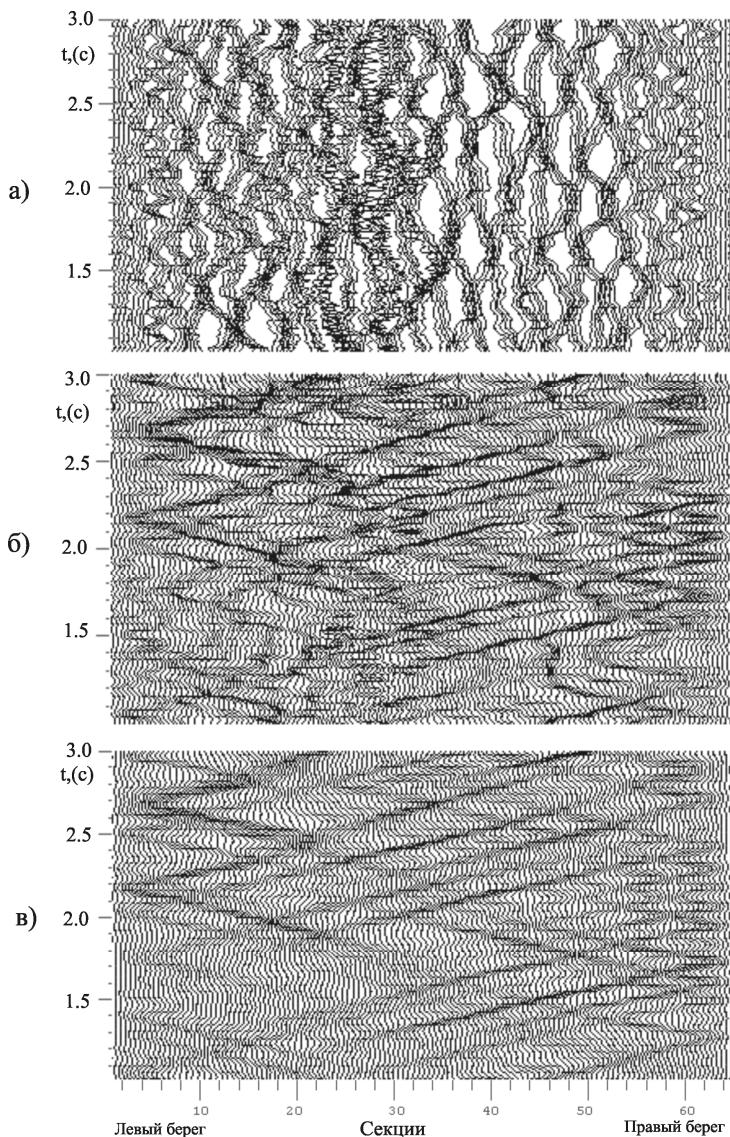


Рис. 1. Пример пересчёта стоячих волн из опорной точки в другие точки системы наблюдений:

- а – разновременные записи микросейсмических колебаний в галерее плотины Саяно-Шушенской ГЭС (отметка 521 м);
- б – результат пересчёта стоячих волн из опорной точки в фрагмент системы наблюдений, соответствующий а;
- в – двумерная фильтрация б

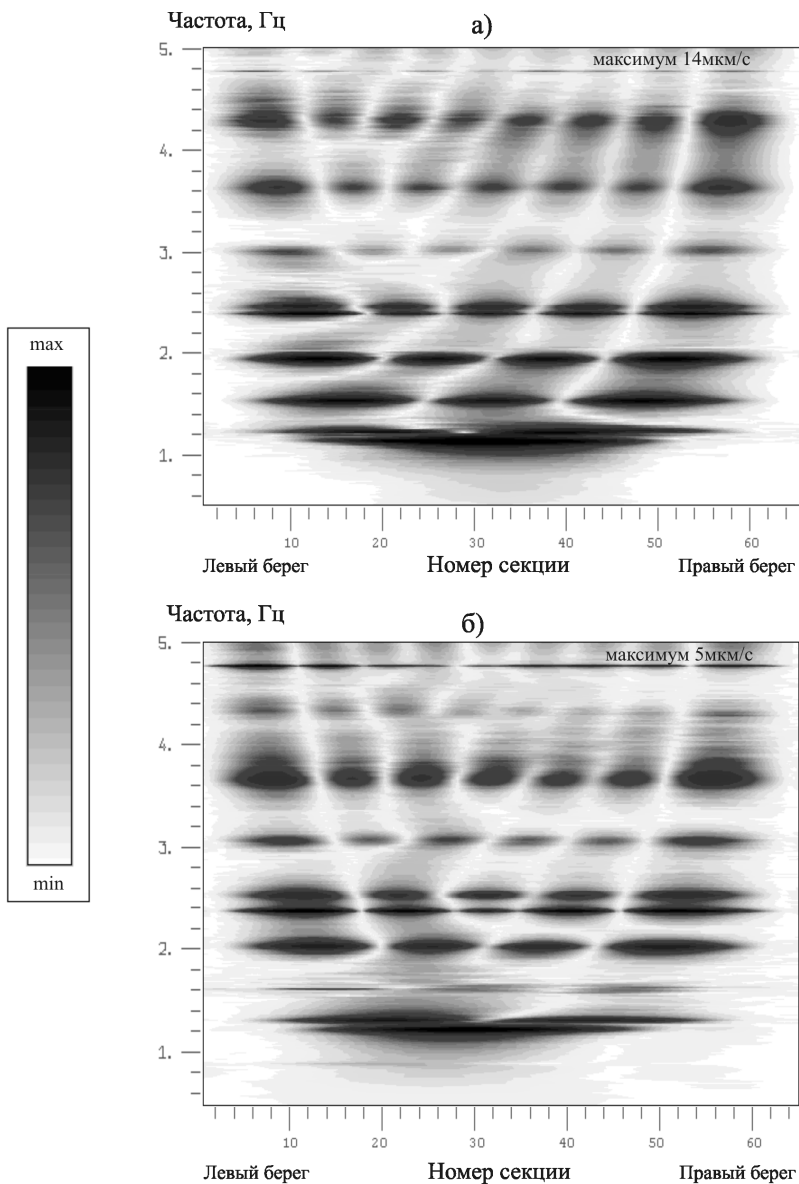


Рис.2. Карты амплитудных спектров радиальной скорости смещения пересчитанных колебаний в одну из галерей Саяно-Шушенской ГЭС (отметка 521 м). Длина секции 15 м:  
а – для уровня воды в водохранилище 539 м;  
б – для уровня воды в водохранилище 500 м

### Заключение

1. Разработаны алгоритмы восстановления одновременных записей стоячих волн в инженерных сооружениях по разновре́мённым измерениям микросейсмических колебаний с записями опорных колебаний в одной или нескольких точках, а также алгоритм оценки точности, в основе которых заложены методы Винеровской фильтрации, свойство когерентности стоячих волн во времени и методы статистического оценивания характеристик.

2. Экспериментально доказаны высокая точность и детальность восстановления стоячих волн в инженерных сооружениях как по пространственным измерениям, так и по шкале частот колебаний.

3. Созданная методика детального изучения стоячих волн в инженерных сооружениях является основой диагностики физического состояния зданий и сооружений и изучения их сейсмостойкости на уровне элементов конструкций.

### Библиографический список

1. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. М.: Мир, 1971, 408 с.
2. Еманов А.Ф. О применении вибраторов для определения сейсмостойкости зданий и в микросейсмораионировании. Геология и геофизика, 1995, №7. С.87-92.
3. Еманов А.Ф., Селезнёв В.С. Пересчёт колебаний фильтрами Винера как основа универсального метода обработки сейсмических волн.// Проблемы сейсмологии III тысячелетия: Материалы международной геофиз. конф., г.Новосибирск, 15-19 сент. 2003г.-Новосибирск: Издательство СО РАН, 2003. – С.207-231.
4. Еманов А.Ф., Селезнёв В.С., Бах А.А. и др. Пересчёт стоячих волн при детальных инженерно-сейсмологических исследованиях / Геология и геофизика, 2002. №2. С.192-207.
5. Еманов А.Ф., Бах А.А., Данилов И.А. и др. Детальные инженерно-сейсмологические исследования плотины Саяно-Шушенской ГЭС. – Вестник Красноярской государственной архитектурно-строительной академии: Сб. науч. тр. Вып.6/ Под ред. В.Д. Наделяева. – Красноярск: КрасГАСА, 2003. С.86-108.
6. Крауфорд Ф. Волны. // Берклиевский курс физики. – Т.3. М.: Наука. 1976, 526 с.
7. Медведев С.В. Инженерная сейсмология. – М.: Изд-во литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам. 1962. – 283 с.
8. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т.3. Излучение. Волны. Кванты// – М.: Мир, 1976. 496 с.
9. Пейн Г. Физика колебаний и волн. – М.: Мир, 1979. 387 с.