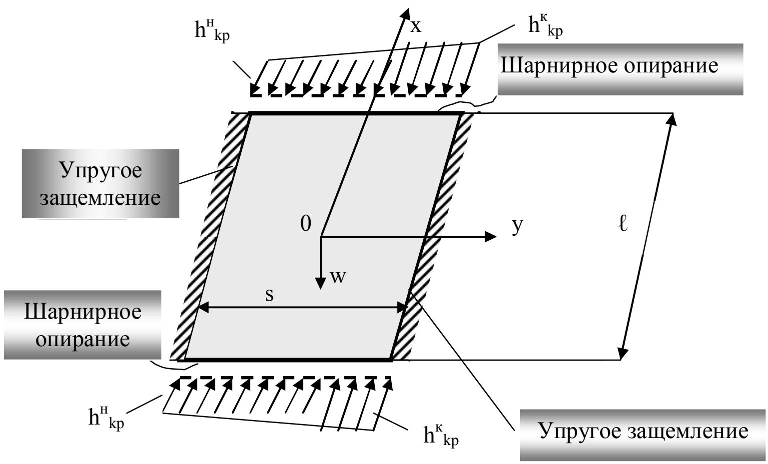
МЕСТНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ ТОНКОСТЕННЫХ НЕСОВЕРШЕННЫХ СТЕРЖНЕЙ КОРОБЧАТОГО ПРОФИЛЯ

Ильяшенко А.В.

Доцент кафедры «Строительная механика» Московского государственного строительного университета, кандидат технических наук

Суть методики расчёта центрально сжатых неидеальных стержней прямоугольного профиля в критическом и закритическом состояниях изложена в работах [1-4], где в качестве расчётного метода использован один из наиболее общих энергетических принципов строительной механики – принцип возможных перемещений. В указанных публикациях приведены аппроксимирующие функции начальных и приобретённых прогибов пластинчатых элементов профиля, а также формулы для определения виртуальных работ (δT^{*}_{kj}) всех внешних и внутренних усилий на возможных перемещениях для пластинок с двумя упруго защемлёнными ненагруженными гранями. Из набора четырёх таких пластин-стенок можно составить стержень прямоугольного профиля. Короткие нагруженные грани пластинок опёрты шарнирно (см.рисунок).

В [3] представлены системы разрешающих уравнений, включающих вариационные уравнения принципа возможных перемещений и необходимые граничные условия для центрально сжатых начально искривлённых коробчатых профилей. Решение таких систем позволяет полностью описать послекритическое состояние элементов стержня при любом уровне закритической нагрузки.



Напряжённое состояние внецентренно сжатой пластинки-стенки

В данной работе покажем алгоритм расчёта сжатого начально искривлённого стержня прямоугольного профиля, находящегося под действием внецентренной нагрузки. Для этого рассмотрим участок в середине по длине профиля (поскольку здесь появляются наибольшие по величине эксцентриситеты e_x, e_y приложения нагрузки, превышающие опорные за счёт искривления оси стержня), но с поперечным сечением, равным самому ослабленному местной потерей устойчивости (участок с наибольшими по амплитуде стрелками начальных погибей пластинок стержня). При этом полагается, что радиус кривизны изогнутой вследствие внецентренного действия нагрузки оси профиля достаточно велик и в пределах отрезка стержня длиной ℓ (где ℓ – длина образовавшейся в результате выпучивания начально искривлённых пластинок профиля продольной полуволны) рёбра остаются прямолинейными.

В момент местной потери устойчивости стержня, имеющего предварительную погибь, наиболее слабая пластинка выпучивается, остальные деформируются за счёт влияния моментов вдоль линий контакта пластинчатых элементов стержня. Возникающие в начальный момент выпучивания дополнительные прогибы точек срединных поверхностей хотя не равны нулю, но практически настолько малы, что можно пренебречь квадратами, кубами и смешанными произведениями стрелок составляющих приобретённых прогибов.

С учётом указанных обстоятельств длина полуволны ℓ и величина критической силы местной устойчивости $p^{м}_{кр}$ определяются с помощью вышеуказанной системы разрешающих уравнений [3]. При этом вводится простой закон распределения напряжений σ_{kx} до момента местной потери устойчивости (см. рисунок):

$$\sigma_{kx} = -p(h^{н}_{k} + h^{к}_{k})/2 - p(h^{к}_{k} - h^{н}_{k})y/s, \qquad (1)$$

где p – среднее сжимающее напряжение в сечении стержня, определяемое выражением

$$p = P/F_{сеч}, \qquad (2)$$

где P – внецентренно сжимающая сила;

$F_{сеч}$ – площадь поперечного сечения стержня;

$h^{н}_{k,}$ $h^{к}_{k}$ – безразмерные коэффициенты, определяемые отношением напряжений соответственно на начальной и конечной гранях k-го пластинчатого элемента профиля (по формулам сопротивления материалов для внецентренно сжатого стержня с недеформируемым профилем) к среднему сжимающему напряжению p;

s – ширина пластинки.

Учитывая, что в начальный момент местной потери устойчивости составляющие виртуальных работ δT^{*}_{kj}, содержащие постоянные интегрирования A_{k2}, A_{k3}, A_{k4}, A_{k5}, весьма малы, принимаем последние равными нулю. Тогда, исходя из формул для напряжений σ_{kx} [4], последние в докритическом диапазоне определяются зависимостью

$$\sigma_{kx} = -A_{k1} - A_{k6}\, y. \tag{3}$$

Сравнивая выражения (1) и (3), получаем для k-й пластинки-стенки

$$A_{k1} = p(h^{н}_{k} + h^{к}_{k})/2; \qquad A_{k6} = p(h^{к}_{k} - h^{н}_{k})/s. \tag{4}$$

Полагается, что выражение (4) справедливо и для начального момента локальной потери устойчивости. В результате несложных преобразований получим формулы для определения сумм работ всех внутренних и внешних усилий во внецентренно сжатой начально деформированной пластинке-стенке на бесконечно малых возможных перемещениях. Для сокращения выкладок введём следующие обозначения:

$$\delta T^{**}_{kj} = \delta T^{*}_{kj} - K_{kj}, \tag{5}$$

где δT^{*}_{kj} (j=1,2,3) – виртуальная работа внутренних и внешних усилий k-ой пластинки на возможном перемещении $(\delta W)_j$ в момент местной потери устойчивости при центральном сжатии стержня;

K_{kj} – сумма всех членов, содержащих параметр p в δT^{*}_{kj} [3].

Тогда виртуальные работы δT^{*e}_{kj} в начально искривлённой пластинке-стенке профиля, испытывающего внецентренное сжатие, представляются следующими выражениями:

$$\delta T^{*e}_{k1} = \delta T^{**}_{k1} + pt_k s\,(\pi^2 h_k f_{k1}/8\ell + 2\pi h_k f_{k2}/3\ell + 4h'_k f_{k3}/\ell); \tag{6}$$

$$\delta T^{*e}_{k2} = \delta T^{**}_{k2} + pt_k s\,(2\pi h_k f_{k1}/3\ell + 3\pi^2 h_k f_{k2}/8\ell + 3\pi h'_k f_{k3}/16\ell); \tag{7}$$

$$\delta T^{*e}_{k3} = \delta T^{**}_{k3} + pt_k s\,(4h'_k f_{k1}/\ell + 3\pi h'_k f_{k2}/16\ell + \pi^2 h_k f_{k3}/8\ell), \tag{8}$$

где s и t_k – соответственно ширина и толщина k-ой пластинки;

f_{kj} (j = 1,2,3) – стрелки составляющих приобретённого прогиба пластинки стержня [1-4];

$$h'_k = (h^{к}_{k} - h^{н}_{k});$$

$$h_k = (h^{к}_{k} + h^{н}_{k}).$$

Таким образом, получаем систему вариационных уравнений, описывающих критическое состояние внецентренно нагруженного несовершенного тонкостенного стержня коробчатого профиля, составленного из пластинок-стенок. Для этого в одноимённой системе уравнений, записанной для случая центрального сжатия [3], изменим δT_{kj} на δT^{*e}_{kj} :

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{q} (\partial t_{kj}/\partial f_{ai})\, \delta T^{*e}_{kj} = 0, \tag{9}$$

i = 1,2,…, n.

Выразив с помощью граничных условий стрелки составляющих приобретённых прогибов для всех пластинок профиля через соответствующие параметры основной пластинки (функция дополнительных прогибов которой содержит наибольшее число членов), то есть через f_{a1}, f_{a2},…, f_{an} и определив значение частных производных типа $\partial f_{kj}/\partial f_{ai}$, получим систему линейных однородных уравнений относительно неизвестных f_{a1}, f_{a2},…, f_{an}. В соответствии с числом стрелок f_{ai} главный определитель этой системы раскрывается соответственно в кубическое (i =1,2, 3) уравнение относительно параметра p. Варьируя величину ℓ, также входящую в полученное уравнение, находим из последнего наименьшее значение параметра нагрузки $p^{м}_{кр}$, а значит, и соответствующую ему величину продольной полуволны ℓ. Критическая сила локальной потери устойчивости вычисляется по формуле

$$P^{м}_{кр} = p^{м}_{кр} F_{сеч}.$$

Библиографический список

1. Ильяшенко А.В., Ефимов И.Б. Экспериментальное исследование тонкостенных стержней с искривлёнными пластинчатыми элементами // Организация и производство строительных работ. – М.: Центр.Бюро н.-т. информации Минпромстроя, 1983. – С.3-38.
2. Ильяшенко А.В. О расчёте сжатых гибких пластинок с упруго защемлёнными продольными ненагруженными гранями, имеющих начальную погибь // Строительные конструкции и материалы. – Уфа: Тр. НИИпромстроя, 1983. – С. 86-98.
3. Ильяшенко А.В. Задача о закритическом состоянии сжатых тонкостенных стержней коробчатого профиля, имеющих начальную погибь.// Строительные конструкции и материалы. – Уфа: Тр. НИИпромстроя, 1983. – С. 99-108.
4. Ильяшенко А.В., Ефимов И.Б. Напряжённо-деформированное состояние после местной потери устойчивости сжатых тонкостенных стержней с учётом начальной погиби.// Строительные конструкции и материалы. Защита от коррозии. – Уфа: Тр. НИИпромстроя, 1981. – С. 110-119.