# О РЕЗЕРВАХ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ СЖАТО-ИЗОГНУТЫХ СТЕРЖНЕЙ

*УДК* 624.014

*Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет*

***Колесов А.И., Ямбаев И.А., Морозов Д.А.***

Современные требования к экономичному, но надежному проектированию зданий и сооружений, эффективно используя резервы несущей способности их элементов, требует выполнения дополнительных научных исследований для выявления и оценки действительного напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкций. Особенно это актуально для сжато-изгибаемых и внецентренно-сжатых стержней.

Применение сжато-изогнутых и внецентренно-сжатых элементов в строительных конструкциях широко распространено в связи с поисками наиболее экономичных и эффективных решений при новом проектировании, а также при совершенствовании конструктивных схем, зданий и сооружений на этапах проектирования и монтажа при реконструкции зданий или при усилении отдельных конструкций.

На рис. 1 представлена расчетная схема элементов мансарды ООО «Центр Серна» (ул. Б.Печерская, г. Н.Новгород), запроектированная специалистами кафедры металлических конструкций ННГАСУ. Все элементы данной конструкции являются сжато-изогнутыми и выполнены из тонкостенных профилей повышенной жесткости (ППЖ). Отдельные элементы конструкции мансарды обладают относительно небольшой гибкостью, но пониженной, как показывают исследования (см. ниже), несущей способностью.

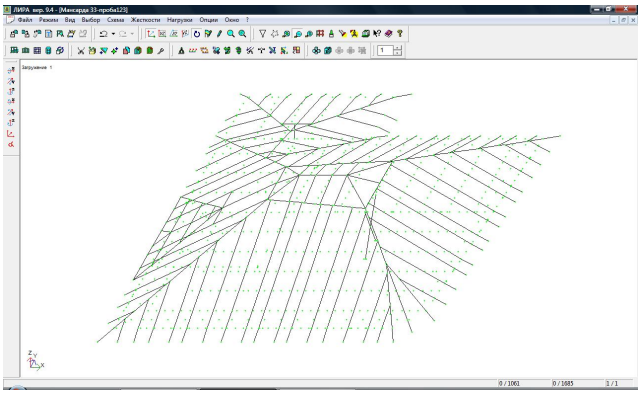

Рис. 1. Схема элементов мансарды ООО «Центр Серна» (ул. Б.Печерская, г. Н.Новгород)

На рис. 2 представлены повреждения в форме погибей нижнего и верхнего поясов фермы мартеновского цеха ОАО «ВМЗ» (г.Выкса). Данные погиби приводят к появлению значительных эксцентриситетов в конструкции, к внецентренному растяжению и внецентренному сжатию конструктивных элементов.

Учитывая широкое распространение сжато-изогнутых и внецентренно-сжатых элементов в конструкциях, проблема исследования их надежности и действительного НДС является актуальной как с точки зрения экономии материала, так и для повышения их долговечности.

Инженерная методика проектирования и расчета сжато-изогнутых элементов сложилась в конце 19 – начале 20 веков. Научные работы, связанные с расчетом сжато-изгибаемых стержней, были опубликованы Эйлером, Т.Карманом, Рошем и Бруннером, Вестергором и Осгудом, Хвалла, Ежеком, Юнгом, Ф. Блейхом, Н.С. Стрелецким, А.В. Геммерлингом, Пинаджаном, Н.И. Климовым, Энгессером и Ясинским, Тетмайером и Консидером, В.З. Власовым и С.П. Тимошенко, В.В. Горевым, Г.И. Белым.

В 1908 году Т. Карман [1] обратил внимание на чувствительность коротких стержней и стержней средней длины даже к незначительным эксцентриситетам приложенных нагрузок, что заметно уменьшает несущую способность сжатых стержней.

Энгессер [5, 6] предложил формулу определения критической силы в упруго-пластической области. Этот вопрос позднее был уточнен Ясинским [7-10].

В 1926 году Рош и Бруннер [2, 3] опубликовали упрощенную теорию устойчивости внецентренно-сжатых стержней и на основе ряда опытов доказали правильность полученных ими теоретических результатов.

Рис. 2. Общая погибь элемента из плоскости фермы со стрелой погиби f = 500 мм (мартеновский цех ОАО «ВМЗ», г. Выкса)

Тимошенко С.П. [11-15] разработал общие положения энергетической теории потери устойчивости сжато-изогнутого стержня.

В 1952 году в ЦНИПСе под руководством Н.И. Климова [4] были проведены испытания на внецентренное сжатие восьми стальных двутавровых стержней, результаты которых приведены в табл.1. Геммерлинг сравнил с результатами теоретического расчета и получил некоторые расхождения.

Таблица 1

Экспериментальные значения критических напряжений Н-образных стержней

| $\lambda_y$ | $F$ в см$^2$ | $c_1$ | $\frac{б_т}{б_э}$ | $\frac{б_к}{б_т}$ | $\frac{m_0}{h}$ | $N_п$ в т | $б_п$ в т/см$^2$ | $\frac{б_п}{б_т}$ | $\frac{б_п}{б_к}$ | $6\frac{f_к^т}{h}$ | $6\frac{f_к^{б_п}}{h}$ | $\frac{f_к^{б_п}}{f_к^т}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 156,8 | 53,5 | 2,586 | 4,47 | 0,204 | 0,038 | 44,8 | 0,838 | 0,223 | 1,092 | 2,12 | 2,62 | 1,230 |
| 151,9 | 52,6 | 2,502 | 4,14 | 0,224 | 0,0273 | 46,2 | 0,879 | 0,234 | 1,045 | 2,06 | 1,58 | 0,768 |
| 116,0 | 63,31 | 1,548 | 2,43 | 0,365 | 0,0223 | 88,1 | 1,391 | 0,370 | 1,012 | 1,06 | 2,50 | 2,36 |
| 85,6 | 75,7 | 0,924 | 1,32 | 0,510 | 0,0419 | 140,8 | 1,860 | 0,496 | 0,975 | 0,69 | 0,97 | 1,45 |
| 85,8 | 74,6 | 0,930 | 1,373 | 0,561 | 0,0246 | 145,6 | 1,950 | 0,519 | 0,925 | 0,50 | 1,04 | 2,08 |
| 55,8 | 75,5 | 0,390 | 0,563 | 0,622 | 0,0705 | 172,8 | 2,290 | 0,610 | 0,980 | 0,41 | 0,85 | 2,07 |
| 56,2 | 74,2 | 0,399 | 0,573 | 0,540 | 0,1160 | 149,6 | 2,015 | 0,536 | 0,995 | 0,7 | – | – |
| 30,7 | 76,5 | 0,1188 | 0,171 | 0,702 | 0,1157 | 188,8 | 2,470 | 0,658 | 0,938 | 0,315 | – | – |

Исчерпание несущей способности большинства сжатых (с учетом начальных искривлений или случайных эксцентриситетов, принятых в соответствии с допускаемыми отклонениями, установленными в нормах на изготовление стальных конструкций [16]) и сжато-изгибаемых элементов происходит из-за потери устойчивости формы, которая определяется, главным образом, параметрами расчетной длины и жесткости сечения, а также пояснением неучтенных расчетами пластических деформаций в сечениях элементов.

Основные резервы нормативной методики расчета сжато-изогнутых стержней, на наш взгляд, следующие:

– современные нормативные методики расчета сжато-изогнутых элементов применяют значительные ограничения работы в упругопластической стадии при различных гибкостях стержней;
– расчетные таблицы нормативных методик получены для прямоугольных сечений с переходом на другие сечения через коэффициент формы;
– коэффициенты формы сечения не полностью учитывают различные случаи потери устойчивости и несущей способности. Так анализ коэффициентов влияния формы сечения показал [17], что такой подход к решению задач может как занижать (до 7% и выше), так и повышать (до 10% и выше) несущую способность стержней;
– несовершенства в определении расчетных длин в плоскости и из плоскости действия изгибающих моментов.

Ниже представлены численные и натурные исследования сжато-изогнутых стержней. Численно в ППП MSC «NASNRAN» был выполнен расчет 20 моделей прокатных двутавров №10; 20; 30; 40 длиной 6 м с жесткими заделками по концам стержня на 5 сочетаний сжимающей силы N и изгибающего момента M; 20 моделей прокатных двутавров №10; 20; 30; 40 длиной 3 м с граничными условиями в виде шарниров на 5 сочетаний сжимающей силы N и изгибающего момента M; и 30 моделей профилей повышенной жесткости ПН-100-0,8 гибкостью 20; 40; 60; 80; 100; 120 также на 5 сочетаний сжимающей силы N и изгибающего момента M.

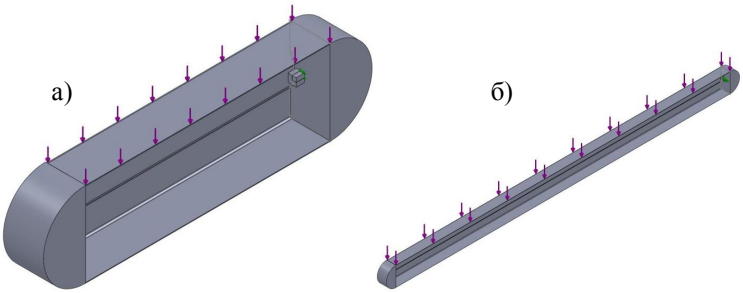


Рис. 3. Схемы конечно-элементных моделей профилей повышенной жесткости ПН-100-0,8:
а – гибкостью 20; б – гибкостью 120

Для конечно-элементных моделей ППЖ на обоих концах расчетной модели стержня установлены цилиндры (см. рис.3), предназначенные для снятия концентрации напряжений в точках закрепления и приложения нагрузки. Точки закрепления стержня расположены на оси, проходящей через центр тяжести сечения. С одного конца стержень закреплен от перемещения во всех направлениях, а с другого конца закреплен только от перемещений, перпендикулярных оси стержня, к которой так же прикладывается сжимающая нагрузка. Таким образом обеспечиваются граничные условия в виде подвижных и неподвижных шарниров.

Варианты усилий, рассчитанных по нормам и полученных численно и их предельные соотношения, указаны в табл.2, 3.

В результате численного расчета прокатных двутавров выявлены запасы несущей способности по сравнению с существующей инженерной методикой расчета по [18] (до 30%) при различных соотношениях N и M и разных гибкостях.

В результате численных расчетов получено напряженно-деформированное состояние рассматриваемых стержней и построены графики значений критических сочетаний N и M для различных гибкостей (рис. 4, 5).

Таблица 2

Результаты численных расчетов прокатных профилей методом КЭ

| Номер двутавра | Варианты сочетаний N и M для прокатных двутавров, полученные по СНиП II-23-81*, для первого предельного состояния | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | M max | | 1 | | 2 | | 3 | | N max | |
| | N | M | N | M | N | M | N | M | N | M |
| 40 | 0,00 | 22435 | -142 | 18776 | -474 | 8652 | -806 | 2668 | -949 | 0,00 |
| 30 | 0,00 | 11109 | -78 | 8798 | -260 | 4205 | -442 | 1741 | -520 | 0,00 |
| 20 | 0,00 | 4331 | -28 | 3222 | -94 | 1466 | -161 | 946 | -189 | 0,00 |
| 10 | 0,00 | 931 | -4 | 647 | -15 | 212 | -27 | 190 | -31 | 0,00 |
| | кН | кНсм | кН | кНсм | кН | кНсм | кН | кНсм | кН | кНсм |
| | Увеличение несущей способности стержней по I предельному состоянию, полученное численно, для моделей длиной 3 м с граничными условиями в виде шарниров из расчета методом КЭ | | | | | | | | | |
| | M max | | 1 | | 2 | | 3 | | N max | |
| 40 | 1,320 | | 1,458768 | | 1,759 | | 1,681 | | 1,655 | |
| 30 | 1,260 | | 1,452704 | | 1,775 | | 1,565 | | 1,542 | |
| 20 | 1,072 | | 1,346112 | | 1,665 | | 1,465 | | 1,753 | |
| 10 | 1,158 | | 1,616112 | | 1,645 | | 1,410 | | 1,578 | |
| | Увеличение несущей способности стержней по I предельному состоянию, полученное численно, для моделей длиной 6 м с жесткими заделками по концам стержня из расчета методом КЭ | | | | | | | | | |
| | M max | | 1 | | 2 | | 3 | | N max | |
| 40 | 0,927 | | 1,056 | | 1,578 | | 1,502 | | 1,729 | |
| 30 | 0,952 | | 1,145 | | 1,623 | | 1,429 | | 1,611 | |
| 20 | 0,952 | | 1,045 | | 1,701 | | 1,314 | | 1,234 | |
| 10 | 1,577 | | 1,674 | | 1,423 | | 1,541 | | 1,593 | |

Исчерпание несущей способности тонкостенного профиля повышенной жесткости ПН-100-0,8 происходит либо в форме потери общей устойчивости из плоскости действия момента, либо вследствие одновременной потери общей устойчивости из плоскости действия момента и потери местной устойчивости полок на опоре в зависимости от соотношений N и M при разных гибкостях.

Таблица 3

Предельные сочетания усилий в результате численных расчетов профиля ПН-100-0,8 методом КЭ

| λу | Усилия по [19] | | Δч | Предельные усилия, полученные численно | |
|---|---|---|---|---|---|
| | N, Кн | M, кН*см | | N, кН | M, кН*см |
| 20 | 0,000 | 73,910 | 0,237311 | 0,00 | 17,540 |
| 20 | -7,675 | 55,433 | 0,188058 | -1,44 | 10,425 |
| 20 | -23,030 | 18,478 | 0,401748 | -9,25 | 7,423 |
| 20 | -30,705 | 0,000 | 0,741264 | -22,76 | 0,000 |
| 40 | 0,000 | 73,910 | 0,405682 | 0,00 | 29,984 |
| 40 | -7,135 | 55,433 | 0,427646 | -3,05 | 23,705 |
| 40 | -28,535 | 0,000 | 0,655838 | -18,71 | 0,000 |
| 80 | 0,000 | 73,910 | 0,760598 | 0,00 | 56,216 |
| 80 | -10,950 | 36,955 | 0,828692 | -9,07 | 30,624 |
| 80 | -21,895 | 0,000 | 0,801933 | -17,56 | 0,000 |
| 120 | 0,000 | 73,910 | 0,732586 | 0,00 | 54,145 |
| 120 | -6,687 | 36,955 | 0,967696 | -6,47 | 35,761 |
| 120 | -10,030 | 18,478 | 1,142396 | -11,46 | 21,109 |
| 120 | -13,373 | 0,000 | 1,231598 | -16,47 | 0,000 |
| Здесь Δч – коэффициент отношения численных значений, полученных методом конечных элементов, к значениям по [19] | | | | | |

При численном расчете тонкостенных ППЖ получен недобор несущей способности при малых и средних гибкостях (до 20% и более) по сравнению с расчетом по рекомендациям Э.Л. Айрумяна [19] без учета коэффициента условий работы $\gamma_c$.

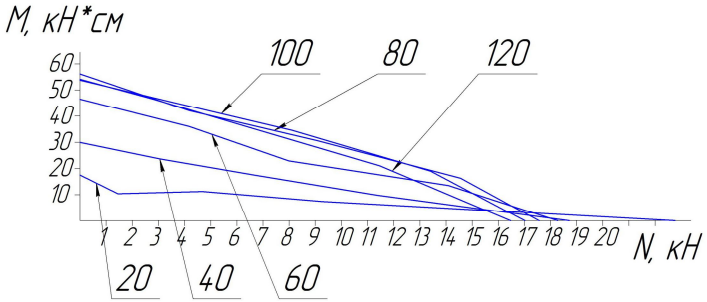


Рис. 4. Значения критических сочетаний N и M для ППЖ ПН-100-0,8 для гибкостей 20÷120

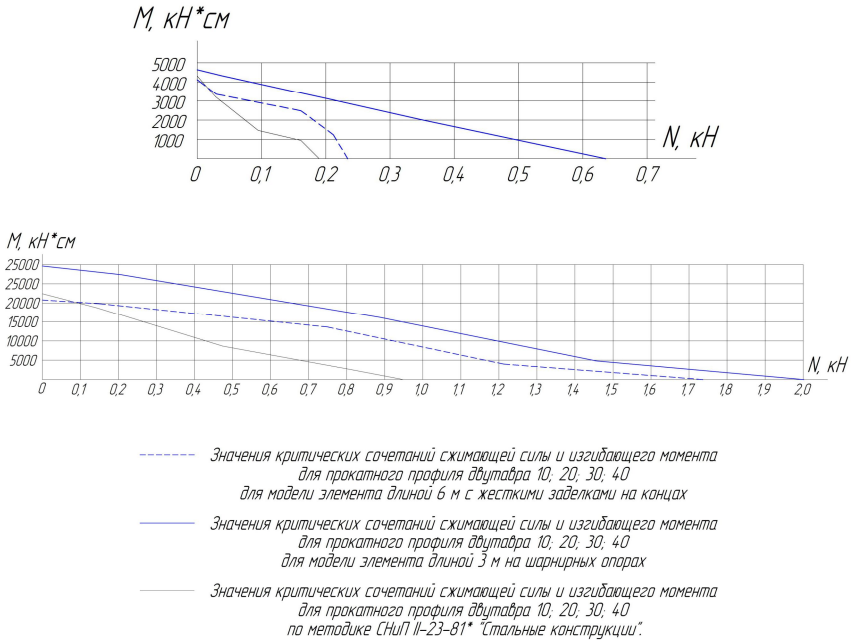


Рис. 5. Значения критических сочетаний N и M
для прокатного двутавра №10, 20, 30, 40

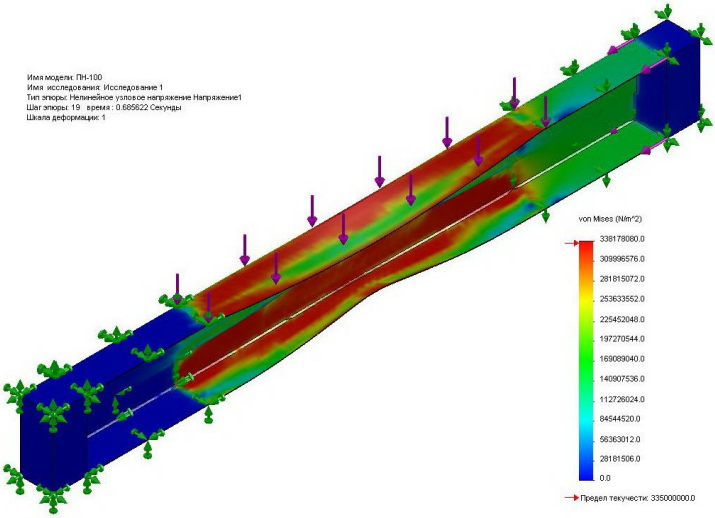


Рис. 6. Общая картина приведенных напряжений по Мизесу и деформаций сжато-изгибаемого элемента длиной 500 мм, сечением ПН-100-0,8

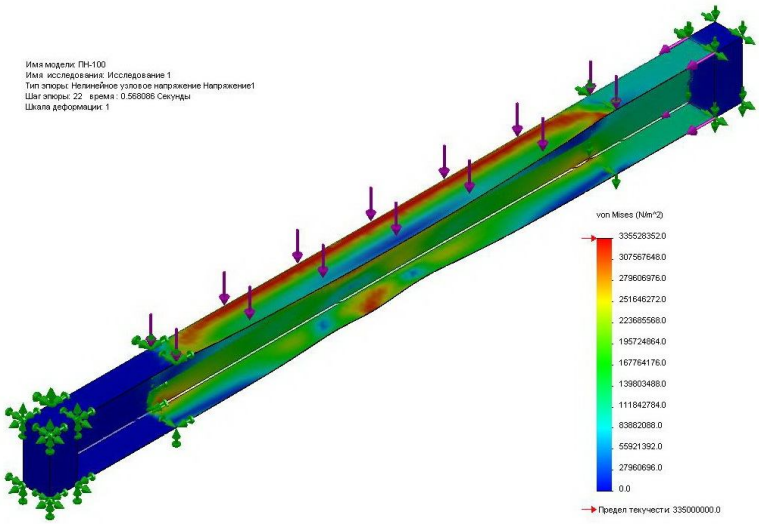


Рис. 7. Общая картина приведенных напряжений по Мизесу и деформаций сжато-изгибаемого элемента длиной 800 мм, сечением ПН-100-0,8

Разработана лабораторная установка для испытаний сжато-изгибаемых элементов (рис.8, 9). Она представляет собой две направляющие на стойках, к которым жестко крепятся два башмака, в которые вставляется стержень ППЖ, но один башмак имеет степень свободы, т.е. может перемещаться вдоль стержня за счет специальной тележки. Образец одновременно загружается поперечной распределенной нагрузкой от установленных сверху корзинок с грузами и продольной сжимающей силой от гидроцилиндра.

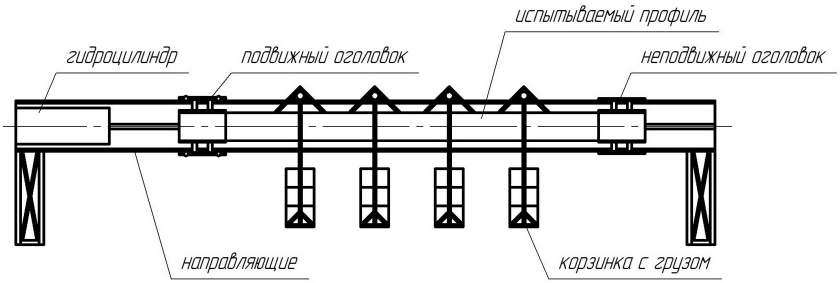


Рис. 8. Схема лабораторной установки для испытаний сжато-изгибаемых элементов

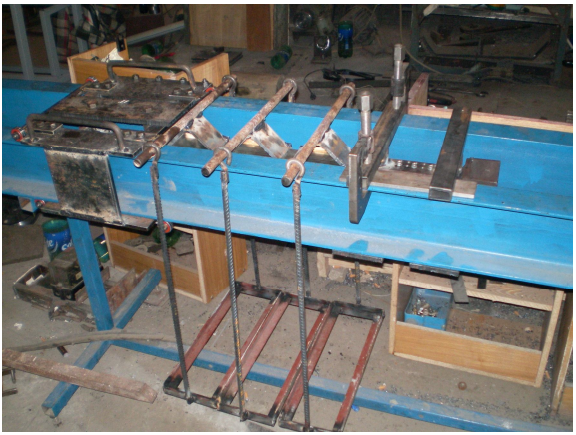

Рис. 9. Лабораторная установка для испытаний сжато-изгибаемых элементов

Установка состоит из испытуемого образца, двух швеллеров, двух оголовков, горизонтального гидроцилиндра, соединенного с оголовком, и установочных ножек. Посредством регулировочных винтов оголовков обеспечены горизонтальность и соосность профиля и гидроцилиндра. Соединение между оголовком и профилем выполнено на винтах. Установка является наименее трудоемкой и металлоемкой, а также позволяет нагружать стержень из ППЖ малыми ступенями (от 1 кН).

В центральной лаборатории ННГАСУ были проведены испытания на сжатие с изгибом стержней из ППЖ ПН-100-0,8. Схема каждого испытываемого образца представляет собой тонкостенный профиль, соединенный с оголовком самонарезающими винтами. Разрушение происходило в средней части и на опорах образца в результате потери местной устойчивости стенки и полок профиля (рис.10). При постепенном нагружении каждого испытываемого стержня наблюдаются характерные деформации полок и стенок профиля, которые неплохо согласуются с полученными в результате численных расчетов деформациями и распределением напряжений по длине элемента.

У тонкостенных стержней небольшой гибкости ($\lambda_x \leq 20$) стенка или полка могут потерять устойчивость раньше, чем происходит потеря устойчивости стержня в целом. Потеря устойчивости каким-либо элементом сечения стержня (местная потеря устойчивости) и выход его из работы (даже частичный) резко ослабляют стержень, часто делая недеформированную часть сечения несимметричной. Центр изгиба при этом перемещается, стержень начинает закручиваться и быстро теряет устойчивость.

Рис. 10. Потеря местной устойчивости стенки и полок образца в центральной области

В результате испытаний получены предельные сочетания усилий N и M:

– на образец длиной 500 мм N = -26,000 кН; M = 7,3575 кН*см;
– на образец длиной 800 мм N = -25,000 кН; M = 13,0800 кН*см;
– на образец длиной 1000 мм N = -24,000 кН; M = 17,000 кН*см.

Предельные сочетания усилий N и M по результатам численного расчета:

– на образец длиной 500 мм N = -25,508 кН; M = 8,7351 кН*см;
– на образец длиной 800 мм N = -20,741 кН; M = 13,4137 кН*см;
– на образец длиной 1000 мм N = -24,046 кН; M = 15,550 кН*см.

Теоретические предельные сочетания усилий N и M по [19] без учета коэффициента $\gamma_c$ составляют:

– на образец длиной 500 мм N = -37,558 кН; M = 12,8615 кН*см;
– на образец длиной 800 мм N = -32,809 кН; M = 21,2180 кН*см;
– на образец длиной 1000 мм N = -32,017 кН; M = 20,7050 кН*см.

Относительная разница натурных (численных) и теоретических результатов составила:

$$\Delta_э = \frac{экспериментальая}{теоретическая}; \Delta_ч \frac{численная}{теоретическая}:$$

– для образца длиной 500 мм $\Delta_э$ = 0,68; $\Delta_ч$ = 0,68;

– для образца длиной 800 мм $\Delta_э$ = 0,73; $\Delta_ч$ = 0,63;

– для образца длиной 1000 мм $\Delta_э$ = 0,76; $\Delta_ч$ = 0,75.

Погрешность может объясняться наличием случайного эксцентриситета при испытании или особенностями решающей программы.

Основные выводы:

1. Действительная (опытная) несущая способность сжато-изогнутых стержней существенно отличается (см. п.2) от полученной по приближенным схемам, представленным в [18, 20] и получаемым по методике [19], в пределах (24÷32)%;
2. Относительная разница результатов, полученных численным методом, и результатов расчета по методике [20] для моделей из прокатного двутавра показали следующее:
   – для двутавра №10 гибкостью 18,52 $\Delta r = 1{,}522$ от несущей способности по нормам;
   – для двутавра №20 гибкостью 24,39 $\Delta r = 1{,}3551$ от несущей способности по нормам;
   – для двутавра №30 гибкостью 36,23 $\Delta r = 1{,}4360$ от несущей способности по нормам;
   – для двутавра №40 гибкостью 73,89 $\Delta r = 1{,}4670$ от несущей способности по нормам;
3. Относительная разница результатов, полученных численным методом, с результатами расчета по методике Айрумяна Э.Л. [19] без учета коэффициента условий работы $\gamma_c$ для моделей ППЖ ПН-100-0,8 показали следующее:
   – для стержня с гибкостью 20 составляет 0,3746 от несущей способности по [19];
   – для стержня с гибкостью 40 составляет 0,4984 от несущей способности по [19];
   – для стержня с гибкостью 60 составляет 0,6686 от несущей способности по [19];
   – для стержня с гибкостью 80 составляет 0,8076 от несущей способности по [19];
   – для стержня с гибкостью 100 составляет 0,9002 от несущей способности по [19];
   – для стержня с гибкостью 120 составляет 0,9828 от несущей способности по [19].
4. Получена близкая сходимость между результатами численных расчетов и результатами натурных исследований (в пределах 14%).

## Библиографический список


1. Karman T. Untersuchungen uber Knickfcstigkeit Mitteilungen uber Forschungsarbeiten auf dem geblete des Ingenieunvesens, №81, Berlin, 1910.
2. Ros, Die Bemessung zentrisch u. exzentrisch gedruckten Stabe auf Knickung Int. Kongress f. Bruck. u. Hochbau. Wien, 1928.
3. Brunner J., Knickstabilitat, Schweizer Bauzeitung, т. 126, стр. 379, 1947.

4. Геммерлинг А.В. и Климов П.И., Несущая способность центрально и внецеитренно сжатых стержней из стали марки НЛ2. Сборник ЦНИПС «Исследования по стальным конструкциям», Госстройиздат, 1956.
5. Engesser F., Die Sicherung offener Brucken gegen Ausknicken, Zentralblatt der Bauverwaltung, 1884.
6. Engesser F., Die Zusatzkrafte und Nebenspannungen elserner Fachwerkbrflcken, Berlin, 1893.
7. Ясинский Ф.С, О сопротивлении продольному изгибу, Известия собрания путей сообщения, 1898.
8. Ясинский Ф.С. Избранные работы по устойчивости сжатых стержней // Под ред. А.Н. Митинского. – М.: Гостехтеориздат, 1952.
9. Ясинский Ф.С. Опыт развития теории продольного изгиба.
10. Jasinski F.S., La flexion des pieces comprimees, Annaies des ponts et chaussees, 1894.
11. Тимошенко С.П. Устойчивость упругих систем. – М.: Гостехиздат, 1955.
12. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней пластин и оболочек: Избранные работы // Под ред. Э.И.Григолюка. – М.: Наука, 1971.
13. Timoshenko S., Stability and Strength of Thin-walled Constructions, Proc. 3d Intern. Cong. Applied Mechanics, т.3, стр. 1, Stockholm, 1930.
14. Timoshenko S., Working Stresses for Columns and Thin-walled Structures. Trans. ASME, т. 55, Paper APM-55-20, 1932.
15. Timoshenko S., Theory of Bending, Torsion and Buckling of Thin-walled Members of Open Cross Section, Jour. Franklin Inst., 1945.
16. СНиП III-18-75. Металлические конструкции.
17. Астахов И.В. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. – СПб.: С.-Петерб. гос. архитектур.-строит. ун-т., 2006.
18. Пособие по проектированию стальных конструкций (к СНиП II-23-81* “Стальные конструкции”) ЦНИИСК им. Кучеренко Госстроя СССР. - М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 148 с.
19. Айрумян Э.Л. Рекомендации по проектированию, изготовлению и монтажу конструкций каркаса малоэтажных зданий и мансард из холодногнутых стальных оцинкованных профилей производства ООО конструкций «БалтПрофиль». – М.: ЦНИИПСК им.Мельникова, 2004.
20. СНиП II-23-81*. Стальные конструкции. Нормы проектирования / Госстрой России. – М.: ГУП ЦПП, 2001.