РЕАЛИЗАЦИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ДЕФОРМАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ПРИ РАСЧЕТЕ ПРОЧНОСТИ ТРУБОБЕТОННЫХ КОЛОНН

УДК 624.075.23.044:539.4

ГОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова», г.Магнитогорск, Челябинская область

Кришан Анатолий Леонидович
Заведующий кафедрой «Строительные конструкции», кандидат технических наук, доцент

Сагадатов Азат Ирекович
Старший преподаватель кафедры «Строительные конструкции», кандидат технических наук

Мельничук Александр Станиславович
Преподаватель кафедры «Строительные конструкции»

Трубобетонные колонны (ТБК) очень эффективно используются в качестве сильно нагруженных несущих элементов и обеспечивают высокую безопасность зданий и сооружений [3]. Широкое применение трубобетонных колонн (ТБК) в нашей стране сдерживается отсутствием отечественных норм по их проектированию и расчету. Несмотря на весьма обстоятельные исследования в этой области, надо признать, что до сих пор нет надежной и приемлемой для практического использования расчетной модели трубобетонного сечения в предельном состоянии, адекватно отражающей его специфические особенности. Это и неудивительно, принимая во внимание серьезные и многочисленные трудности, обусловленные сложностью самой системы "бетонное ядро–стальная оболочка", работающей в условиях объемного сжатия (рис.1), и сложностью описания процессов перераспределения усилий между компонентами системы в этих условиях. По этой причине до сих пор актуален вопрос об установлении четкого критерия, соответствующего наступлению первого предельного состояния ТБК. В этой связи можно полагать, что дальнейшие исследования в этой области необходимы, полезны и перспективны.

Анализ данных многочисленных экспериментальных исследований позволил принять следующий критерий предельного состояния центрально сжатого трубобетонного элемента. Предельное состояние наступает при выполнении следующих условий:

- достижение нормальными напряжениями осевого направления в бетоне ядра значения прочности бетона при трехосном сжатии $\sigma_{bz} = R_{b3}$;
- достижение интенсивности напряжений в наиболее сжатом волокне стальной оболочки физического или условного предела текучести $\sigma_{pi}=\sigma_{p,y}$;
- достижение нормальными напряжениями осевого направления в наиболее растянутом волокне стальной оболочки предела текучести $\sigma_{pz}=\sigma_{p,y}$.

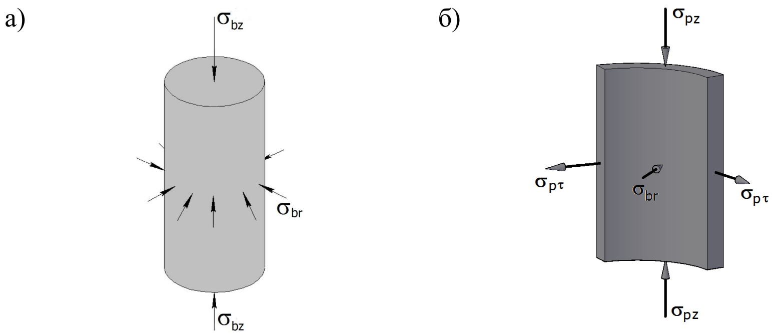

Рис. 1. Напряженное состояние бетонного ядра (а) и стальной оболочки (б) при осевом сжатии ТБК

Учитывая внутреннюю статическую неопределимость трубобетонной конструкции первое условие наступления предельного состояния должно выполняться совместно со вторым или третьим.

С целью обеспечения эксплуатационной пригодности ТБК при действии на нее расчетных нагрузок величины деформаций стальной оболочки (в наиболее сжатом волокне – интенсивность деформаций ε_{pi}, в наиболее растянутом волокне – осевая деформация ε_{pz}), совместно с осевыми деформациями бетонного ядра ε_{bz}, должны ограничиваться соответствующими значениями.

В связи с этим расчет прочности нормальных сечений ТБК в общем случае внецентренного сжатия следует производить на основе нелинейной деформационной модели железобетона с учетом особенностей деформирования бетонного ядра и стальной оболочки в условиях объемного напряженного состояния. Для более точного расчета также следует учитывать неупругие деформации материалов и изменение коэффициентов поперечных деформаций в бетонном ядре и стальной оболочке по мере роста уровня напряжений.

Переход от эпюры напряжений в бетоне и стальной обойме к обобщенным внутренним усилиям производят с использованием процедуры численного интегрирования напряжений по нормальному сечению. Для этого нормальное сечение условно разбивают на малые участки (рис.2) с площадями бетона A_{bi} и стальной оболочки A_{bk}, в пределах которых напряжения принимают равномерно распределенными (усредненными).

Общую систему физических соотношений для расчета нормальных сечений ТБК по прочности, как и в традиционной деформационной модели [8], получают из совместного рассмотрения:

– уравнений равновесия внешних сил и внутренних усилий в нормальном сечении элемента;

– уравнений, устанавливающих распределение осевых деформаций в бетоне и арматуре по нормальному сечению, исходя из условия плоского поворота и плоского смещения сечения;
– зависимостей, связывающих напряжения и относительные продольные деформации бетона, стальной обоймы и продольной арматуры.

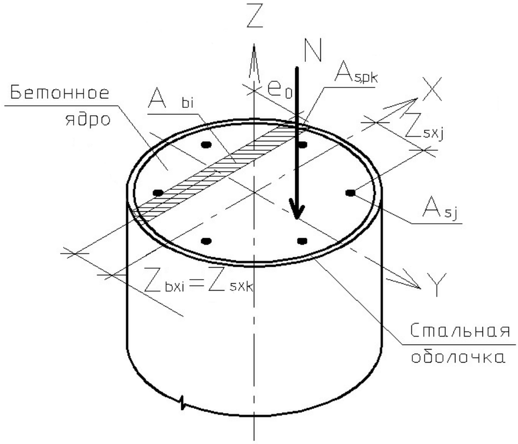

Рис. 2. Схема к расчету прочности трубобетонного элемента

Основной особенностью расчета сжатых трубобетонных элементов является отсутствие исходных диаграмм для бетона и металла, работающих в условиях неоднородного напряженного состояния. В связи с этим расчет нормальных сечений ТБК по прочности выполняют в два этапа. На первом этапе расчетным путем определяют зависимости между напряжениями и деформациями осевого направления в бетонном ядре и стальной оболочке «σ_{bz} - ε_{bz}» и «σ_{pz} - ε_{pz}» при кратковременном действии на трубобетонный элемент осевой сжимающей нагрузки. В рассматриваемой конструкции бетонное ядро и стальная оболочка работают в условиях неоднородного напряженного состояния, поэтому вопросам установления указанных аналитических зависимостей следует уделить особое внимание.

В центрально сжатых трубобетонных элементах, имеющих круглую или кольцевую форму поперечного сечения, через каждую точку тела перпендикулярно продольной оси условно можно провести плоскость изотропии. В этой связи можно использовать основные уравнения и допущения трансверсально-изотропной модели бетона, принятой в работе [4].

Система уравнений, описывающих связь между напряжениями и деформациями в осевом (индекс «*z*») и радиальном (индекс «*r*») для любой точки трансверсально-изотропного бетонного ядра в упругой и упруго-пластической стадиях, имеет следующий вид:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{bz} \\ \varepsilon_{br} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_b} \times \begin{bmatrix} \nu_{bz}^{-1} & -2\mu_{zr}\nu_{bi}^{-1} \\ -\mu_{zr}\nu_{bi}^{-1} & (\nu_{br}^{-1} - \mu_{rr}\nu_{bi}^{-1}) \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \sigma_{bz} \\ \sigma_{br} \end{Bmatrix}, \tag{1}$$

где E_b – начальный модуль упругости бетона.

Учет неупругих свойств объемно сжатого бетонного ядра производится путем использования в расчете прочности переменных коэффициентов упругости ν_{bj} $(j = z, r, i)$ и поперечной деформации μ_{zr}, μ_{rr} бетона.

Текущие значения коэффициентов поперечной деформации бетона продольного и радиального направлений μ_{jr} $(j = z,r)$, находятся по известной [5] формуле

$$\mu_{jr} = \mu_{jr,u} + (\mu_b - \mu_{jr,u})\sqrt{1-\eta_{bi}^2}\,, \tag{2}$$

где η_{bi} – уровень интенсивности напряжений в бетонном ядре;

$\mu_b = 0{,}18 \div 0{,}25$ – коэффициент Пуассона для бетона (при отсутствии точных данных рекомендуется принимать $\mu_b = 0{,}2$;

$\mu_{jr,u}$ – предельное значение коэффициента поперечной деформации μ_{jr} для бетона,

$$\mu_{jr,u} = \mu_b + (1 - \sqrt[3]{\nu_{biu}})\chi_{jr}\,. \tag{3}$$

Значение параметра χ_{jr}, предложенного Н.И.Карпенко для учета того обстоятельства, что в состоянии неравномерного трехосного сжатия коэффициенты μ_{jr} по главным направлениям могут существенно различаться, применительно к ТБК вычисляется по формуле

$$\chi_{jr} = \frac{\left|\sigma_{bju} - mR_{b3}\right| \cdot k_0^s + R_{b3}\left|m-1\right| \cdot \left(1-k_0^s\right)}{R_{b3}(m-1)}, \tag{4}$$

где $s = -1$ – для тяжелого бетона;

$s = -2$ – для мелкозернистого бетона;

k_0 – коэффициент, определяемый по формуле (19).

Для вычисления коэффициента упругости бетона можно принимать любые известные зависимости, обеспечивающие достаточную точность оценки напряженно-деформированного состояния конструкции, например предложенную в работе [5]:

$$\nu_{bj} = \nu_{bju} \pm (\nu_{0j} - \nu_{bju})\sqrt{1 - \omega_{1bj}\eta_{bj} - \omega_{2bj}\eta_{bj}^2}\,, \tag{5}$$

где η_{bj} – уровень напряжений в бетонном ядре по направлению j;

ν_{0j}, ν_{bju} – значения коэффициента упругости в базовых точках диаграммы;

ω_{1bj}, ω_{2bj} – коэффициенты, характеризующие кривизну соответствующей диаграммы, причем

$$\omega_{2bj} = 1 - \omega_{1bj}. \quad (6)$$

При расчете ТБК круглого сечения параметры зависимости (5) для вычисления коэффициента упругости бетона определяют с учетом неоднородного напряженного состояния бетона и сложного режима загружения по формулам:

$$\eta_{bz} = \frac{\sigma_{bz}}{\sigma_{bzu}}; \qquad \eta_{br} = \frac{\sigma_{br}}{\sigma_{bru}}; \qquad \eta_{bi} = \frac{\sigma_{bi}}{\sigma_{biu}}; \quad (7)$$

– для восходящей ветви диаграммы в формуле (3) принимают знак «+» и

$$\nu_{0j} = 1; \qquad \omega_{1bj} = 2 - 2{,}05\nu_{bju}; \quad (8)$$

– для нисходящей ветви диаграммы в формуле (5) принимают знак «-» и

$$\nu_{0j} = 2{,}05\nu_{bju}; \qquad \omega_{1bj} = 1{,}95\nu_{bju} - 0{,}138; \quad (9)$$

где ν_{bju} – значения ν_{bj} в вершинах соответствующих диаграмм «$\sigma_{bj} - \varepsilon_{bj}$», определяемые из выражения

$$\nu_{bju} = \frac{\sigma_{bju}}{\varepsilon_{bju}^{d} E_b}. \quad (10)$$

Для определения напряжений в вершинах диаграмм «σ_{bj} - ε_{bj}^{d}» предлагаются следующие формулы:

$$\sigma_{bzu} = \frac{R_b}{1 - km}; \quad (11)$$

$$\sigma_{bru} = m\sigma_{bzu}, \quad (12)$$

где m – уровень бокового обжатия бетона в предельном состоянии;

k – коэффициент бокового давления.

Установлено, что применительно к ТБК значение k зависит от конструктивного коэффициента трубобетона ρ и может быть вычислено по формуле

$$k = 7 - 1{,}2\rho, \quad (13)$$

в которой

$$\rho = \frac{R_{s,p} A_p}{R_b A}, \quad (14)$$

где A, R_b, A_p, $R_{s,p}$ – площади поперечного сечения и расчетные сопротивления бетонного ядра и стальной оболочки.

Для определения уровня бокового обжатия m предлагается следующая формула

$$m = \frac{1-n}{k-n}\ , \tag{15}$$

в которой $n = b(k-0{,}5)$ при значении коэффициента $b = 0{,}096$ (для тяжелого бетона).

Для осевого и трансверсального направлений величины коэффициентов упругости ν_{bju}, определяющих значения диагональных деформаций (деформации главной диагонали, вычисленные без учета влияния коэффицинтов поперечной деформации), находятся в зависимости от напряжений σ_{bzu}, σ_{bru} и предельных деформаций ε^{d}_{bzu}, ε^{d}_{bru}.

Данные деформации находят в зависимости от полных относительных деформаций ε_{bzu} и ε_{bru}, соответствующих выходу напряжений на поверхность прочности и связанных с диагональными следующими зависимостями, вытекающими из системы (1):

$$\varepsilon_{bzu} = \varepsilon^{d}_{bzu} - \frac{2\mu_{zru} m R_{b3}}{\nu_{biu} E_b}; \tag{16}$$

$$\varepsilon_{bru} = \varepsilon^{d}_{bru} - \frac{\mu_{zru} R_{b3}}{\nu_{biu} E_b} - \frac{\mu_{rru} m R_{b3}}{\nu_{biu} E_b}. \tag{17}$$

Предельные полные деформации осевого направления ε_{bzu} рекомендуется вычислять по формуле

$$\varepsilon_{bzu} = k_0 \varepsilon_{b0}\,, \tag{18}$$

где ε_{b0} – величина относительной деформации бетона в вершине диаграммы «σ_b-ε_b» при осевом сжатии и однородном напряженном состоянии бетона, принимаемая равной 0,002 при непродолжительном действии нагрузки и по СП 52-101-2004 – при продолжительном действии нагрузки;

k_0 – коэффициент, учитывающий неоднородное напряженное состояние бетонного ядра ТБК.

Коэффициент k_0 для условий трехосного сжатия $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ и простого режима нагружения (при сохранении постоянного соотношения между напряжениями) можно вычислять согласно рекомендациям европейских норм [1]. В ТБК реализуется сложный режим загружения, характеризующийся не пропорциональным ростом напряжений σ_1, σ_2, σ_3. В процессе увеличения внешней сжимающей нагрузки постоянно растут по модулю осевые напряжения $\sigma_3 = \sigma_{bz}$. Напряжения трансверсального направления в квазиупругой стадии работы близки к нулю или даже могут иметь незначительное растяжение. С образованием микротрещин в бетоне они меняют знак и в предельном состоянии достигают максимальной сжимающей величины – σ_{bru}.

Такой режим нагружения приводит к снижению значения относительной деформации ε_{bzu} в вершине диаграммы «σ_{bz}-ε_{bz}» по сравнению с простым режимом. Для учета данного обстоятельства с помощью компьютерной программы «Microsoft Excel» были обработаны результаты экспериментов 75 опытных образцов ТБК и получена следующая формула

$$k_0 = \sqrt[3]{\left(\frac{R_{b3}}{R_b}\right)^2} \leq 2\,. \tag{19}$$

Ограничение $k_0 \leq 2$ рекомендуется вводить для исключения чрезмерных деформаций трубобетонных колонн.

Значения коэффициентов упругости ν_{bi} и поперечных деформаций μ_{zr} в матрице податливости системы (1) определяют величину деформаций вдоль одного (осевого или трансверсального) направления, обусловленных напряжениями другого направления (соответственно трансверсального или осевого). Для их определения рекомендуется использовать величины интенсивности напряжений σ_{bi} и интенсивности деформаций ε_{bi}.

Из положений механики твердого тела [7] известно, что интенсивность напряжений является вполне определенной независящей от вида напряженного состояния функцией интенсивности деформаций $\sigma_i = F(\varepsilon_i)$. Поскольку функция $F(\varepsilon_i)$ зависит только от материала, то любой вид объемного напряженного состояния в области упругих, упругопластических и пластических деформаций можно свести к простейшим видам напряжения, построив соответствующую кривую $\sigma_i = F(\varepsilon_i)$.

Для бетона воспользуемся рекомендуемой нормами зависимостью «$\sigma_b - \varepsilon_b$» при одноосном сжатии. Соответствующая зависимость между интенсивностями напряжений и деформаций может быть записана в таком же виде

$$\sigma_{bi} = \nu_{bi} E_b \varepsilon_{bi}\,. \tag{20}$$

Запишем выражения для определения σ_{bi} и ε_{bi} применительно к ТБК, имеющим круглое сечение

$$\sigma_{bi} = \sqrt{3D_2} = \left|\sigma_{bz} - \sigma_{br}\right|; \tag{21}$$

$$\varepsilon_{bi} = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{D_{2\varepsilon}} = \frac{2}{3}\left|\varepsilon_{bz} - \varepsilon_{br}\right|, \tag{22}$$

где D_2 и $D_{2\varepsilon}$ – вторые инварианты девиаторов напряжений и деформаций.

Подставив в уравнение (20) выражения для определения σ_{bi} и ε_{bi}, получим формулу для вычисления относительной радиальной деформации в предельном состоянии бетонного ядра ε_{bru}

$$\varepsilon_{bru} = \varepsilon_{bzu} - \frac{3(1-m)R_{b3}}{2\nu_{biu}E_b}. \tag{23}$$

В формулах (16), (17) и (23) предельное значение коэффициента упругости ν_{biu} в первом приближении может быть принято равным ν_{bzu}. В ходе дальнейших расчетов это значение уточняется.

При расчете ТБК по нелинейной деформационной модели в качестве расчетных диаграмм состояния стальной оболочки и продольной стержневой арматуры рекомендуется принимать криволинейные диаграммы. Допускается в качестве расчетных диаграмм состояния стальной оболочки и продольной стержневой арматуры принимать двухлинейную диаграмму в соответствии указаниями СП 52-102-2004. Диаграммы состояния стали при растяжении и сжатии принимают одинаковыми.

В сжатой зоне ТБК стальная оболочка работает в условиях сложного напряженного состояния. Чтобы построить для нее расчетную диаграмму состояния воспользуемся известной гипотезой единой кривой, предложенной А.А.Ильюшиным [2]. Согласно этой гипотезе, зависимость между напряжениями и деформациями «$\sigma_{s,p}$-$\varepsilon_{s,p}$», полученную при одноосном растяжении, можно считать действительной для всех напряженных состояний при замене текущих напряжений $\sigma_{s,p}$ и текущих деформаций $\varepsilon_{s,p}$ на интенсивность текущих напряжений $\sigma_{s.pi}$ и интенсивность текущих деформаций $\varepsilon_{s,pi}$ соответственно.

В нашем случае мы рассматриваем напряжения и деформации, возникающие по главным площадкам, т. е. касательные напряжения и сдвиговые деформации здесь равны нулю. Тогда выражения для определения интенсивности напряжений и деформаций записываются в следующем виде:

$$\sigma_{pi} = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{(\sigma_{pz}-\sigma_{p\tau})^2 + (\sigma_{p\tau}-\sigma_{pr})^2 + (\sigma_{pr}-\sigma_{pz})^2}\,; \tag{24}$$

$$\varepsilon_{pi} = \frac{\sqrt{2}}{2(1-\mu_p)}\sqrt{(\varepsilon_{pz}-\varepsilon_{p\tau})^2 + (\varepsilon_{p\tau}-\varepsilon_{pr})^2 + (\varepsilon_{pr}-\varepsilon_{pz})^2}\,. \tag{25}$$

Связь между деформациями и напряжениями для любой точки внешней стальной оболочки в упругой и упруго-пластической стадиях описывается системой уравнений:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{pz} \\ \varepsilon_{p\tau} \\ \varepsilon_{pr} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\nu_p E_{s,p}} \times \begin{bmatrix} 1 & -\mu_p & -\mu_p \\ -\mu_p & 1 & -\mu_p \\ -\mu_p & -\mu_p & 1 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \sigma_{pz} \\ \sigma_{p\tau} \\ \sigma_{pr} \end{Bmatrix}. \qquad (26)$$

где σ_{pz}, $\sigma_{p\tau}$, σ_{pr} – нормальные (главные) напряжения в трубе в продольном, тангенциальном и радиальном направлениях;

ε_{pz}, $\varepsilon_{p\tau}$, ε_{pr} – относительные деформации стальной оболочки по соответствующим направлениям;

$E_{s,p}$ – начальный модуль упругости стали;

ν_p – коэффициенты упругости стали;

μ_p – коэффициент поперечной деформации стали трубы.

При наличии в бетонном ядре стержневой арматуры связь между нормальными напряжениями в ней σ_s и относительными деформации ε_s описывается известной зависимостью

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \nu_s, \qquad (27)$$

где ν_s – коэффициент упругости арматуры.

При криволинейной диаграмме для вычисления коэффициентов упругости стальной оболочки ν_p и арматуры ν_s можно принимать любые известные зависимости, аналогичным принятым для бетона [6].

Для вычисления коэффициента поперечной деформации стальной оболочки μ_p предлагается следующая формула

$$\mu_p = 0{,}5 - (0{,}5 - \mu_o)(\nu_p - \nu_{pu})/(1 - \nu_{pu}), \qquad (28)$$

где ν_{pu} – значение коэффициента упругости, соответствующее расчетному значению сопротивления стали;

μ_0 – коэффициент Пуассона для стали.

В результате каждому значению относительных деформаций осевого направления ε_{bi}, ε_{pk} и ε_s, которые в процессе расчета постепенно увеличивают с заданным шагом, устанавливают соответствующие величины напряжений σ_{bi}, σ_{pk} и σ_s. Только после этого переходят ко второму этапу расчета, суть которого изложена выше.

Таким образом, получена методика построения аналитических зависимостей, устанавливающих связь между напряжениями и деформациями осевого направления в бетонном ядре и стальной оболочке. Это позволяет реализовать нелинейную деформационную модель железобетона при определении прочности внецентренно сжатых ТБК.

Библиографический список

1. Еврокод 2. Проектирование железобетонных конструкций. Часть 1.1: Основные правила и правила для зданий / Пер. с англ. Под ред. А.С. Залесова. – М., 2003. – 232 с.
2 Ильюшин А.А. Пластичность. – М.: Гостехиздат, 1948. – 376 с.
3. Кришан А.Л., Сагадатов А.И., Гареев М.Ш. Предварительно обжатые трубобетонные элементы кольцевого сечения // Бетон и железобетон, 2008. №4. С.7-11.
4. Кришан А.Л. Новый подход к оценке прочности сжатых трубобетонных элементов // Бетон и железобетон, 2008. №3. С.2-5.
5. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.
6. Мухамедиев Т.А. Методы расчета статически неопределимых железобетонных стержневых и плоскостных конструкций с учетом нелинейных диаграмм деформирования материалов и режимов нагружения: : Дисс. … докт. техн. наук. – М., 1990. – 227 с.
7. Писаренко Г.С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – Киев, Наукова думка, 1976. – 416 с.
8. СП 52-101-03. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры. – М.: Госстрой России, 2003. С.131.