

**ОБСЛЕДОВАНИЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЕРЕКРЫТИЙ,
ОБРАЗОВАННЫХ ПЕРЕКРЕСТНЫМИ РЕБРАМИ С ЦЕЛЬЮ
ОЦЕНКИ ИХ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО
СОСТОЯНИЯ**

УДК 624.073.5

Плотников Алексей Николаевич

*Доцент кафедры строительных конструкций
ФГОУ ВПО «Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»,
директор ООО «СтройЭкспертиза»*

Ежов Алексей Владимирович

*Ассистент кафедры строительных конструкций
ФГОУ ВПО «Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»,
эксперт ООО «СтройЭкспертиза»*

Сабанов Алексей Иванович

*Ассистент кафедры архитектуры
ФГОУ ВПО «Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»,
эксперт ООО «СтройЭкспертиза»*

В последнее время возобновился интерес к кессонным и перекрестно-ребристым перекрытиям. Они, как опертые по контуру системы, обладают значительной чувствительностью к изменениям жесткостных параметров как заданных проектом, так и вызванных технологическими дефектами и работой конструкции в стадии эксплуатации [1-3]. Эти изменения в стадии возведения и эксплуатации позволяют проследить процедуры обследования и мониторинга. Авторы проводили обследования двух подобных перекрытий.

Для оценки несущей способности, жесткости и трещиностойкости и проверки достоверности расчетной схемы первого перекрытия было проведено его испытание нагружением на объекте в процессе мониторинга возведения. Конструкция возводилась в составе радиологического корпуса ГУЗ «Республиканский клинический онкологический диспансер» в г.Чебоксары (рис. 1). Пролеты в свету 8,0×9,2 м. Целью испытаний являлось подтверждение расчетной схемы, по которой были определены прогибы и усилия в элементах системы и подобрана рабочая арматура.

В строительстве медицинских радиологических зданий (каньонов) для наращивания массы гашения энергии частиц применяются защитные железобетонные сооружения значительной толщины, в том числе перекрытия высотой сечения порядка 2 м. При пролетах более 6,0×6,0 м возникают проблемы технологического характера. Применяется опалубка значительной несущей способности и жесткости под перекрытие, т.к. сплошное монолитное перекрытие при достижении проектной прочности бетона обеспечивает требуемую жесткость при высоте сечения от 500 мм, при этом нагрузка на опалубку составляет 13 кН/м². Для больших каньонов пролетом до 10 м эти величины составляют соответственно 900 мм и 23,4 кН/м².

Применение плит перекрытий, опертых по контуру, уменьшает эти показатели на величину около 20%, но при этом возникают значительные крутящие моменты, что может привести к образованию угловых трещин почти на всю высоту сечения первого слоя бетонирования. Кроме силовых факторов на целостность системы может повлиять возникновение усадочных трещин в большом массиве слоя твердеющего бетона.



Рис. 1. Общий вид сооружения – каньона

Для снижения влияния названных факторов была предложена составная конструкция перекрытия. Исходная часть конструкции образована нижней полкой толщиной 150 мм и монолитно связанных с ней перекрёстных ребер высотой 1,0 м. Для связи с наращиваемыми позже слоями бетона имеются выпуски поперечной арматуры, а для связи с бетоном заполнения образовавшихся кессонов – шпуночные выступы по периметру на всю высоту ребер и отверстия в ребрах для пропуска через них продольной арматуры слоев заполнения (рис. 2). Выше бетон укладывается сплошными слоями поверх перекрёстных ребер.

Нагрузкой при испытании явился бетон замоноличивания, который в жидкой фазе имел объемный вес $2,6 \text{ т/м}^3$. После затвердевания и набора прочности этот бетон являлся следующим слоем конструкции. Измерения производились прогибомерами П1-П9, мессурами на опорах для измерения осадок ОП1-ОП7, измерителями углов закручивания ребер К1-К6 и поверхностных деформаций ребер М1-М20 в угловых зонах (рис. 3).



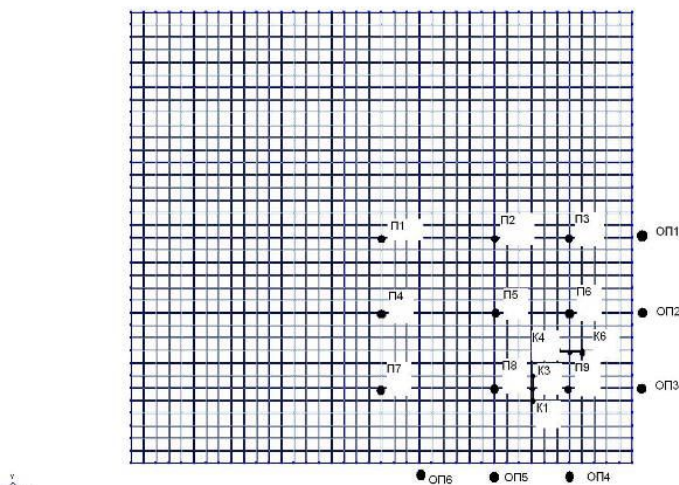
Рис. 2. Общий вид перекрытия и ячейки перекрёстных ребер

В работе использовались прогибомеры Аистова с точностью 0,01 мм и для определения осадки опор мессуры на основе ИЧ-10 с базой 400-500 мм. Приборы размещались в $\frac{1}{4}$ площади покрытия ввиду его симметрии (рис. 3, 4). Ширина раскрытия трещин определялась измерительным микроскопом «МПБ-3» с ценой деления 0,05 мм. Прочность бетона определяется испытанием на сжатие контрольных кубов и неразрушающими методами (отрыв со скалыванием, ультразвуковой), начальный модуль упругости – испытанием контрольных призм.



Рис. 3. Установка измерителей углов закручивания ребер К1-К6 и прогибомеров П1-П9

Загрузка 2



У
X

Рис. 4. Схема размещения датчиков на конструкции

Статический расчет системы производился поэтапно в соответствии с изменением расчетной схемы по слоям бетонирования. Расчетная схема: система пластин и стержней, объединенных в пространственную систему. Размеры конечных элементов – пластин представляют собой модули $0,25 \times 0,25$ м. Соединение пластин, имитирующих слои заполнения кессонов с ребрами, – жесткое (условно) – растянутой зоны на этом уровне нет. Связи между ребрами и сплошными слоями (пластинами) заданы в виде КЭ-55 с параметрами жесткостей, стремящимся к бесконечности. Для контроля опорных давлений на контур в узлах были введены стержневые конечные элементы КЭ-51. Расчет был произведен в ППП «Лира-9.4» (рис. 5).

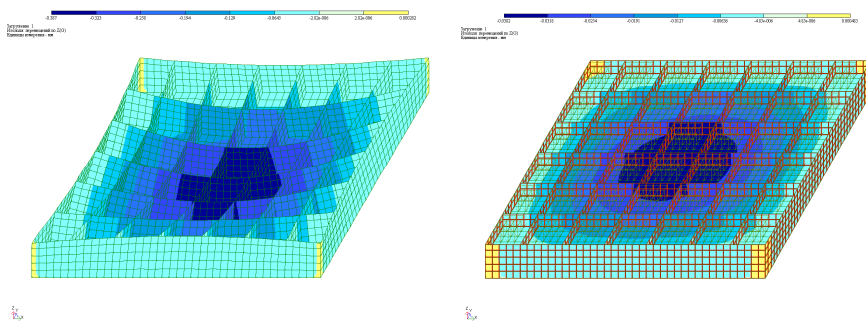


Рис. 5. Распределение деформаций на 1-м и 3-м этапах по расчету

Средневзвешенное соотношение начальной жесткости (ширина ребра) по 12 узлам квадранта проведения измерений $V_x/V_y = 1,01$. X – более длинное направление 9,2 м, Y – более короткое 8,0 м.

Испытание основы – перекрытия с перекрёстными ребрами проводилось после 28 суток набора прочности бетона. Во время 1-го этапа испытаний было уложено 0,4 м слоя бетона тремя стадиями. Суммарная нагрузка этапа составила $7,96 \text{ кН/м}^2$. Максимальный прогиб для П1 составил 0,16 мм. По теоретическому расчету этот прогиб 0,3 мм.

Соотношение прогибов в четвертях полупролетов (П2/П4) составило $f_x / f_y = 0,83$, по опорным реакциям экспериментально $R_x/R_y = 1,44$, при теоретических значениях $R_x/R_y = 0,89$ и $f_x / f_y = 0,89$. Как показывают данные испытаний моделей подобных перекрытий [6], соотношения по прогибам должны носить опережающий характер при конструктивном первоначальном соотношении жесткостей 1:1, например, $R_x/R_y = 0,83$, $f_x / f_y = 1,06$. В данном случае сказались более общее распределение жесткостей в системе, связанное с начальными усадочными

трещинами в полке и отсутствием контроля по всему полю перекрытия. Усилия в опертой по контуру перекрестной системе могут перераспределяться не только между двумя направлениями, но и между ребрами одного направления и диагонально.

В течение 1-го этапа соотношение жесткостей при росте нагрузки меняется с увеличением жесткости в длинном направлении в связи с раскрытием усадочных трещин. Первоначально жесткость по короткому направлению больше. Реакция угла, полученная на компьютерной модели с учетом введенных реальных первоначальных жесткостей: 0,0217 т. Относительно максимального давления на опоре: $0,0217/1,422 = 0,015$. Экспериментально, по соотношению прогибов в центре и в ближайшем пересечении ребер: $\Pi1/\Pi5 = 2,29$.

По результатам испытаний всех этапов построены графики «нагрузка – прогибы» (показания прогибомеров $\Pi1$ - $\Pi9$) по методике [1, 4]. На поле экспериментальных графиков наложены линейные теоретические графики, построенные по компьютерной модели (рис.6).

Между этапами испытания проходило не более 10 суток. Нижние слои бетонирования имели прочность и модуль упругости большие, чем верхние. Общее соотношение опорных реакций по 2-му этапу уменьшается в направлении длинного пролета по сравнению с исходной конструкцией, в начале нагружения идентично 1-му этапу: теоретически $R_x/R_y = 0,89$, экспериментально $R_x/R_y = 1,3$. По прогибам $f_x/f_y = 0,53$ ($\Pi2/\Pi4$). Реакция в углу 0,247 т. Реакция резко возросла, в 11 раз. Это объясняется переходом перекрытия из типа перекрестно-ребристого в сплошное ортотропное. Относительно максимального давления на опоре: $0,247/1,492 = 0,166$.

Практически нет влияния увеличения нагрузки, есть влияние расчетной схемы. По 2-му этапу теоретическая жесткость перекрытия оказалась выше определенной экспериментально в 1,2 раза. Сказалось недостаточное сцепление арматуры, расположенной в кессонах, с бетоном раннего возраста (отличие от проектной прочности в 2 раза). Сохранился характер работы перекрытия как опертого по контуру по распределению прогибов в рассматриваемом квадранте. На 2-м этапе этот характер стал более выраженным, максимальные значения прогибов стали проявляться в середине пролетов. На 1-м этапе максимумы наблюдались в третьих пролетах, что обуславливалось неравномерной жесткостью ребер вследствие технологических отступлений при монолитных работах. Максимальные деформации составили по 2-му этапу 0,2 мм в процессе нагружения. При этом первоначальный прогиб в процессе 1-го этапа испытаний 0,25 мм. Суммарный теоретический прогиб после 1-го и 2-го этапов составил 0,44 мм.

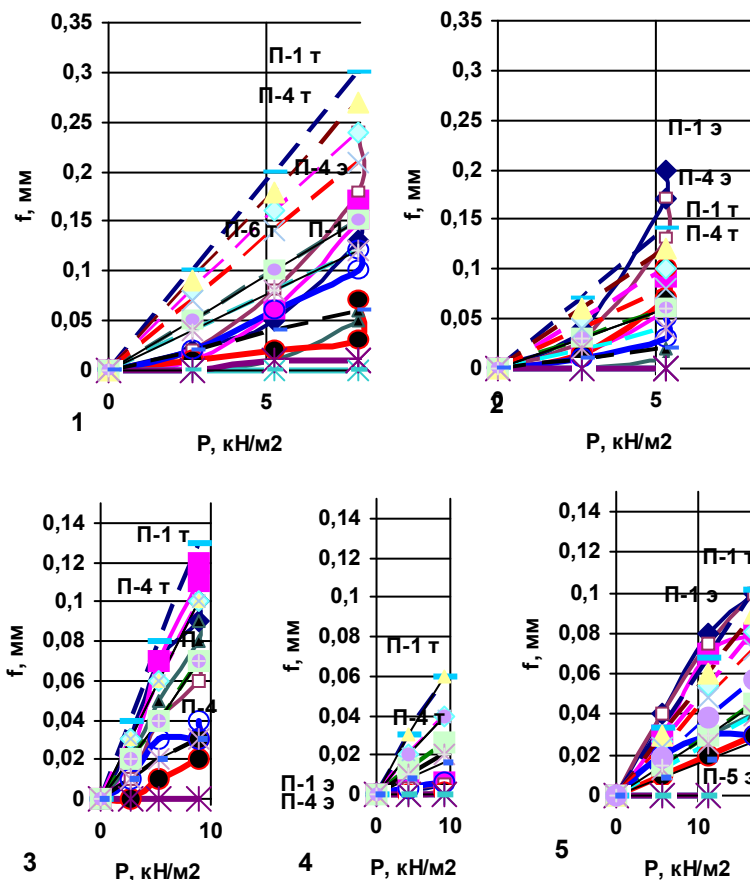


Рис. 6. Графики прогибов по пяти этапам испытания (нумерация по этапам испытаний). Сплошными линиями показаны экспериментальные графики, пунктирными – теоретические

На 3-м этапе при почти полном заполнении кессонов бетоном и достаточном наборе прочности нижних слоев картина распределения усилий, что определяется опорными реакциями, резко меняется. Соотношение $R_x/R_y=0,67$. По прогибам $f_x/f_y=1,71$ (П2/П4). Это притом, что теоретические значения от этапа к этапу практически не меняются. Реакция в углах 0,248 т – осталась неизменной. Относительно максимального давления на опоре: $0,248/1,500=0,165$. Экспериментальные значения прогибов ниже расчетных на 40-50%.

Четвертый этап отличается укладкой бетона сплошным слоем поверх скрытой ребристой конструкции. Соотношение $R_x/R_y = 0,7$ (практически сохранилось). Жесткость перекрытия возросла настолько, что чувствительность прогибомеров не позволила зафиксировать прогибы по всему полю наблюдения. Вследствие перераспределения усилий соотношение по максимальным значениям составило $f_x/f_y = 1,2$ (П2/П4). Реакция в углах уменьшилась по сравнению с предыдущими схемами и составила 0,054 т. Это связано с увеличением высоты сечения при неизменных размерах в плане. Относительно максимального давления на опоре: $0,054/2,384 = 0,023$. В данном случае отмечается снижение жесткости на кручение по расчету, однако в эксперименте по соотношению прогибов жесткость на кручение осталась практически неизменной. Это говорит о необходимости корректировать расчетную схему конструкции при переходе от ребристой части к сплошной плите, т.е. должны присутствовать дополнительные связи сдвига. Экспериментальные значения прогибов ниже расчетных в 10 раз.

Завершающий, 5-й этап показал при набранной почти до проектной прочности распределение усилий соответствующее сплошной пластине $R_x/R_y = 1,04$. При этом $f_x/f_y = 0,8$. Реакция в углах (по расчету) уменьшилась. Относительно максимального давления на опоре: $0,0091/3,063 = 0,003$. Изменения усилий по этапам показаны на рис. 7.

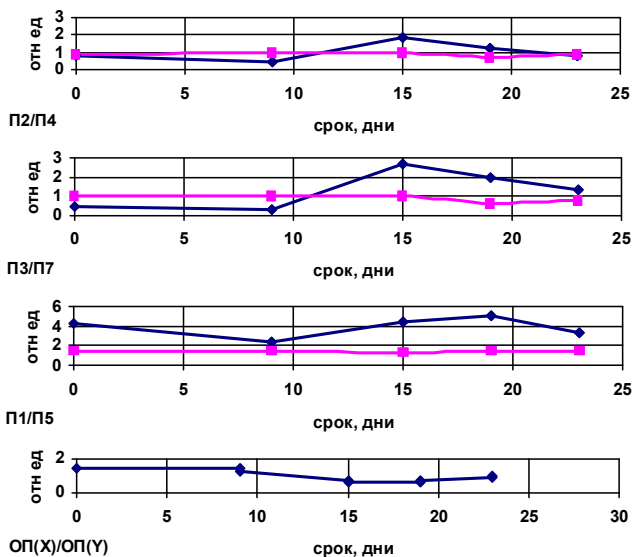


Рис. 7. Изменение соотношения прогибов и опорных реакций во времени по этапам испытания

Известно, что перекрёстно-ребристые системы, имеют меньшие величины общих крутящих моментов по сравнению со сплошными. Однако, крутящие моменты возникают непосредственно в рёбрах угловых зон этих систем. Величина крутящего момента рёбер оказывает влияние на общие деформации системы [7]. Специфика перекрёстно-ребристых перекрытий такова, что размеры сечения ребер соотносятся как $h/b = 5-10$. В проводимых испытаниях в результате технологических отклонений при устройстве вкладышей – опалубки и бетонировании ширина угловых ребер, по которым производилось измерение угла закручивания, составила 100 и 200 мм, т.е. отличалась в 2 раза. Армирование таких узких ребер производилось плоскими каркасами: по одному продольному стержню класса А 400 диаметром 18 мм в нижней и диаметром 12 мм в верхней зонах; поперечная арматура с шагом 150 мм класса А400. По данным К1-К6 (ИЧ-10) были построены графики, отражающие зависимость угла закручивания угловых ребер и прогиба от уровня нагрузки (рис. 8) для двух случаев соотношения h/b .

Узкие сечения с соотношением $h/b = 5-10$ (на 1-м этапе) проявили себя по отношению к кручению практически одинаково, угол закручивания у них составил не более $0,015^\circ$. После наращивания толщины полки, при изменении h/b до 3-6 жесткость ребер на кручение стала проявляться более и угол соответственно составил $0,014^\circ$ и $0,036^\circ$, т.е. разница оказалась в 2,6 раза. Во всех случаях наблюдалась упругая работа ребер на кручение.

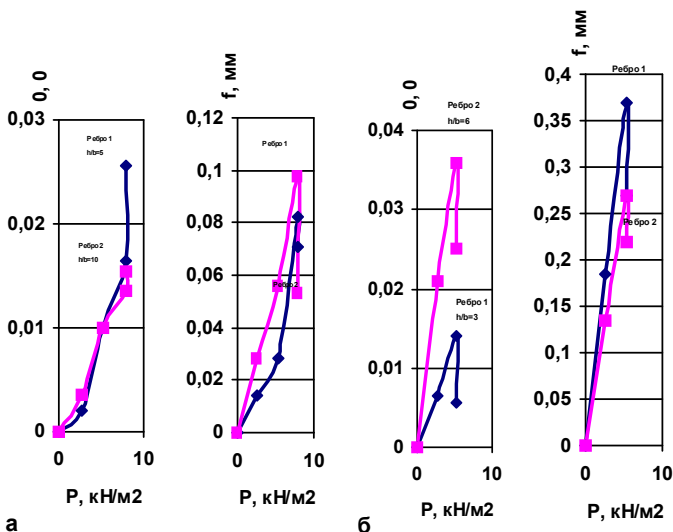


Рис. 8. Графики углов закручивания и прогибов угловых ребер перекрытия:
 а – 1-й этап нагружения; б – 2-й этап нагружения.
 Ребро 1 – 201 мм. Ребро 2 – 105 мм

Значения теоретического и экспериментального максимальных прогибов в процессе этапов испытания даны на рис. 9.

Достигнутый при контрольной нагрузке $5,81 \text{ тс/м}^2$ прогиб $1,33 \text{ мм}$ значительно ниже предельно допустимого для данного перекрытия $22,5 \text{ мм}$ и ниже контрольного прогиба $3,76 \text{ мм}$. Перекрытие с первого до последнего этапов бетонирования проявило себя по характеру работы как опертые по контуру, опорные реакции первоначально преобладали в направлении длинной стороны, затем в процессе нагружения происходило перераспределение усилий на длинное направление. Перераспределение усилий происходит в пределах 45% . Конструкция перекрытия, составленная из последовательно бетонлируемых элементов, показала отсутствие деформаций, обусловленных сдвигом, т.е. конструкция работает как единая монолитная плита.

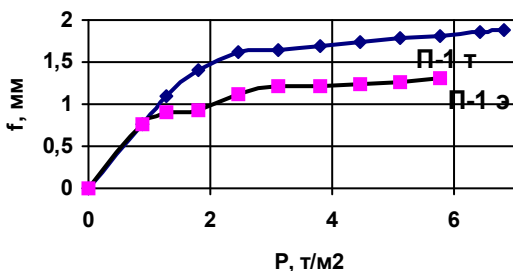


Рис. 9. Максимальные прогибы системы (теоретический и экспериментальный)

Известно, что опёртые по контуру перекрытия, образованные перекрёстными рёбрами и полкой характеризуются убывающими по значениям эпюрами изгибающих моментов от центра к опорному контуру в параллельных рёбрах. Наиболее нагруженными оказываются центральные рёбра. В связи с этим некоторые конструкторы стремятся представить такие перекрытия как имеющие главные центральные балки, т.е. с увеличенными размерами сечения (шириной). Подобный подход вызывает ещё большие значения усилий в центральных рёбрах, что приводит к образованию в них пластических шарниров при достижении пиковых нагрузок. Раскрываются нормальные трещины, и по общим законам механики жёсткость сечений балок при этом снижается. Усилия далее растут в соседних рёбрах и становятся выше расчетных. Контурные висячие рёбра оказываются перегруженными от смещения максимальных опорных реакций пролётных ребер.

Конечноэлементная стержневая модель перекрытия с перекрестными рёбрами соответствует принятому в строительной механике рас-

пределению усилий для таких перекрытий [8]. Однако придающая наглядность в части распределения усилий по высоте сечений конструкции пластинчатая модель теории упругости на первый взгляд даёт противоположную картину. Растягивающие напряжения оказываются сконцентрированными в нижней зоне сечения, особенно в приопорных координатах [5].

Замеченное свойство было проанализировано на примере монолитного перекрытия каркасного здания, находящегося в стадии эксплуатации в течение 15 лет, обследование которого проводили авторы данной публикации (рис. 10).



Рис. 10. Общий вид обследуемого здания и вид ребер перекрытия

Размеры в плане рассматриваемого участка $14,4 \times 14,4$ м в осях, высота сечения $0,8$ м с полкой. Ширина сечения балок: рядовых 300 мм, центральных и одного контурного 600 мм. Высота сечения полки 200 мм. Сечение монолитных колонн 600×600 мм (рис.11). Эта конструкция в данной статье обозначена как «Модель 1».

Моделирование МКЭ производилось в ППП «Ли́ра-9.4». Расчетная схема: пластинчато-стержневая, система пластин и стержней, объединенных в пространственный каркас. Узлы сопряжения перекрытия и колонн – жесткие. Размеры конечных элементов – пластин представляют собой модули $0,50 \times 0,33$ м. Прочность бетона соответствует классу В20, начальный модуль упругости $E_0=27500$ МПа, коэффициент Пуассона $0,2$.

По результатам расчета напряжение в растянутой зоне главных балок (ширина 600 мм), армированных 4 А-III – 25, $A_s=19,68$ см² составило значение практически равное R_s . Все ребра центральной области ячейки перекрытия имеют нормальные трещины. На объекте практически у всех ребер ширина раскрытия трещин достигает значения $0,3$ мм. По результатам обследования и расчету, моделирующему конструкцию, можно сделать вывод о том, что ее эксплуатационная стадия (2-я стадия НДС) приближается к предельному состоянию по несущей способности.

Предотвращение аварий зданий и сооружений

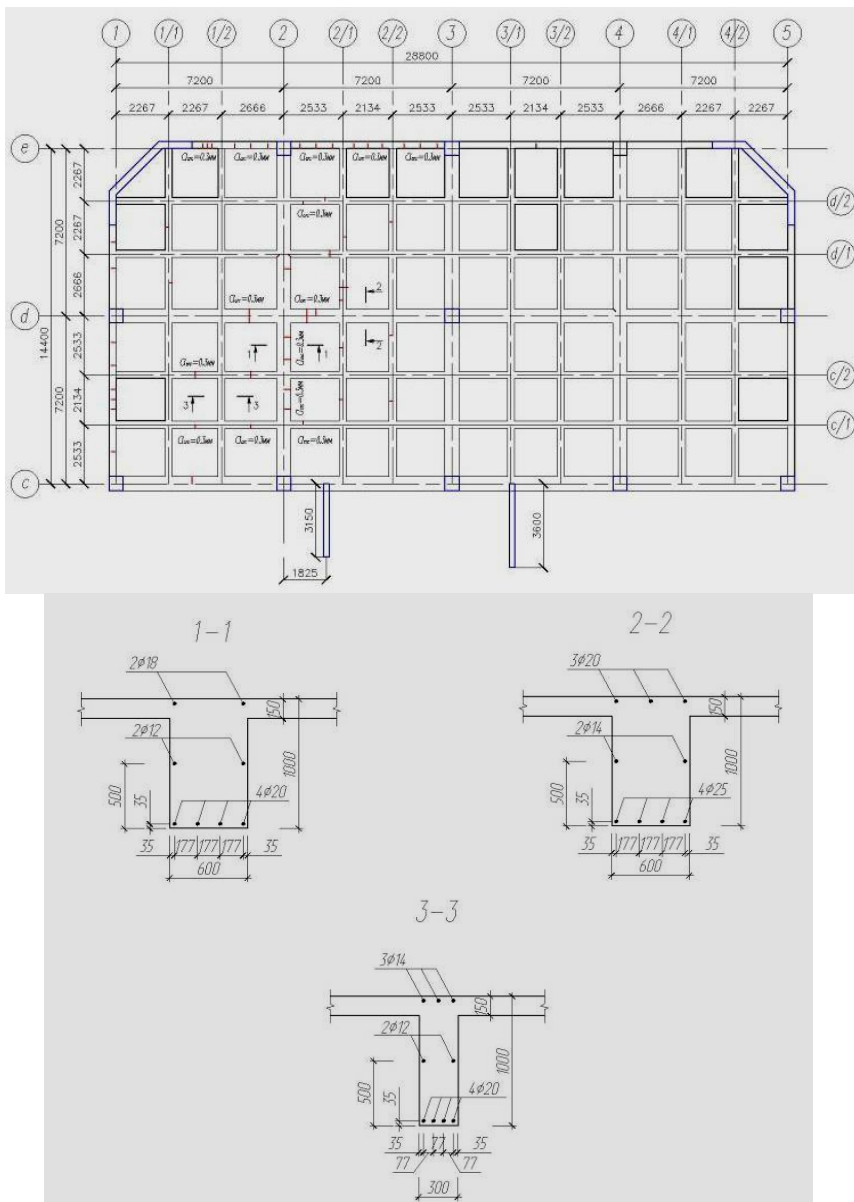


Рис. 11. Схема расположения перекрытия, сечения ребер, расположение нормальных трещин

Упругое решение системы перекрёстных балок с увеличенными жесткостями центральных ребер по сравнению с такой же массой по материалу при равномерном расположении жёсткостей (см.рис. 12) имеет меньший прогиб (в 1,13 раз). Однако при этом не учитывается удлинение упругой оси ребер при интенсивном образовании и раскрытии трещин.

Казалось бы, в пластинчатых моделях при определении усилий по нижним фибрам (элементам) у Модели 1 усилия должны быть большими, чем в соответствующих координатах Модели 2, т.к. жесткости ребер-стержней в первом случае больше (отношение 1,7). Модель 2 показывает другую картину. Фибровые усилия оказываются больше (табл. 1).

Таблица 1

Вариант схемы	Элемент	Hz, м	b, м	σ_t , кН/м ²	N _t , кН	
Схема по модели 1а	ГБ по оси X	0,33	0,60	1566	435	
		0,66		631		
	ВБ по оси X	0,33	0,30	1342	191	
		0,66		585		
	ВБ по оси Y	0,33	0,30	1220	177	
		0,66		569		
	ГБ по оси Y	0,33	0,60	1423	398	
		0,66		588		
	Схема по модели 2а	ГБ по оси X	0,33	0,35	1839	308
			0,66		830	
		ВБ по оси X	0,33	0,35	1394	230
			0,66		598	
ВБ по оси Y		0,33	0,35	1351	228	
		0,66		619		
ГБ по оси Y		0,33	0,35	1724	290	
		0,66		786		

Для исключения противоречия с известной теорией и проведенными ранее экспериментальными исследованиями предлагается оценка соотношения усилий между ребрами и определение усилий в растянутой арматуре производить по равнодействующей N_t, получаемой из эпюры напряжений в растянутой зоне. Вместе с увеличением напряжения на кромке элемента возросла высота растянутой зоны в Модели 2, при этом концентрация максимального усилия возросла в сужившейся в 1,2 раза локальной области.

Предотвращение аварий зданий и сооружений

Усилия в центральных ребрах при более плавном распределении жесткостей уменьшились в 1,37-1,40 раза, рядом расположенных при этом возросли в 1,20-1,29 раза. Это не ухудшает работу конструкции по Модели 2, т.к. имеется запас несущей способности в этих ребрах по заложённой в них арматуре в 1,7 раза. Эти соотношения подтверждают рациональность равномерного задания первичных жесткостей сечений.

Более корректной получится модель, в которой кроме тела бетона, по нижней кромке пластинчатых элементов между узлов включены стержни, имитирующие арматуру растянутой зоны (Модели 1б и 2б). В этом случае усилия в теле бетона уменьшаются практически на величину усилия в арматурном стержне (табл. 2).

Таблица 2

Вариант схемы	Элемент	Hz, м	b, м	σ_t , кН/м ²	N _t , кН	
Схема по модели 1б	ГБ по оси X	0,33	0,60	1458	402	
		0,66		572		
	ВБ по оси X	0,33	0,30	1250	177	
		0,66		534		
	ВБ по оси Y	0,33	0,30	1143	165	
		0,66		523		
	ГБ по оси Y	0,33	0,60	1325	368	
		0,66		532		
	Ns в ГБ по оси X					27,50
	Ns в ГБ по оси Y					25,70
Ns в ВБ по оси X					15,00	
Ns в ВБ по оси Y					13,57	
Схема по модели 2б	ГБ по оси X	0,33	0,35	1683	280	
		0,66		743		
	ВБ по оси X	0,33	0,35	1278	209	
		0,66		534		
	ВБ по оси Y	0,33	0,35	1242	208	
		0,66		557		
	ГБ по оси Y	0,33	0,35	1579	264	
		0,66	0,35	703		
	Ns в ГБ по оси X					25,80
	Ns в ГБ по оси Y					24,40
Ns в ВБ по оси X					19,80	
Ns в ВБ по оси Y					19,20	

По элементам, имитирующим бетон, соотношения сохранились. По арматурным стержням в центральных ребрах произошло небольшое, в 1,05–1,06 раза, уменьшение усилия, в соседних ребрах увеличение произошло более значительное, в 1,4 раза.

Поскольку обследуемое перекрытие имеет многочисленные трещины, была задана модель с имитацией трещины в центральной части ГБ путем разрыва между пластинчатыми элементами с соединяющей их арматурой, трещины задавались высотой 0,33 м и 0,8 м (модели 1в и 1г). По принципу равнодействующей были определены усилия в растянутой зоне (табл. 3).

Таблица 3

Параметр сравнения	Схема по модели 1в	Коэффициент соотношения	Схема по модели 1г
N_t в ГБ по оси X	402,140	1,2761	315,120
N_t в ВБ по оси X	176,620	0,9674	182,560
N_t в ВБ по оси Y	164,940	0,9889	166,780
N_t в ГБ по оси Y	367,820	0,9842	373,710
Прогиб f_{max} , мм	2,060	1,0000	2,060
Прогиб f по контуру, мм	0,397	0,9975	0,398
h_t в ГБ по оси X	0,710	1,0758	0,660
$h_{t\ max}$	0,330	1,5714	0,210

Высота трещин отразилась на усилиях в соседних с ней элементах, отмечены изменения в ребре с трещиной в 1,27 раза, в ребре другого направления и соседних параллельных изменения незначительны.

По сравнению с исходной схемой (Модель 1а) усилия с ГБ по оси X перераспределяются на соседние и контурные ребра (разница в 1,4 раза), прогибы остаются прежними, что говорит о необходимости выполнения расчетов по определению прогибов в физически нелинейной постановке.

Картина расположения нормальных трещин, как по центральным, так и по соседним и контурным ребрам свидетельствует о происходящем в процессе эксплуатации перераспределении усилий.

Методику конечноэлементного моделирования в стадии эксплуатации с использованием равнодействующих усилий, определенных по площади эпюры, можно рекомендовать для решения задач мониторинга зданий и в частности перекрытий с перекрестными ребрами.

Выводы

1. При проектировании железобетонных перекрестно-ребристых перекрытий целесообразно проводить детальное моделирование МКЭ в связи со значительной чувствительностью системы по распределению усилий не только к соотношению первоначальных конструктивных жесткостей, но и технологических несовершенств и изменению жесткости при увеличении нагрузки в стадии нелинейной работы железобетона.

2. Первоначальную конструкционную жесткость при отношении размеров опорного контура близких 1:1, рекомендуется распределять между ребрами равномерно, если другого не требует опорная конструкция.

3. Опертые по контуру перекрытия, состоящие из перекрестных ребер и нижней полки, являются рациональными в качестве оставляемой опалубки при больших пролетах и значительной высоте сечения защитных сооружений (каньонов) медицинских радиологических отделений.

4. Перераспределение усилий между двумя направлениями плана при наращивании бетона перекрестно-ребристого перекрытия и преобразовании его в сплошное составляет по соотношению до 1,5 раз.

5. Ребра перекрытия не чувствительны к действию крутящего момента при отношениях $h/b > 6$ в стадии упругой работы бетона.

6. Конечноэлементный анализ перекрытий с перекрестными ребрами рекомендуется проводить с помощью плоского элемента – оболочки по главным нормальным напряжениям с использованием величины равнодействующей по высоте ребер напряжений в растянутой зоне.

Библиографический список

1. Айвазов Р.Л., Плотников А.Н. Жесткостные характеристики опертых по контуру железобетонных перекрытий/ Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции: Материалы Четвертой Всероссийской конференции НАСКР – 2003. – Чебоксары, 2003.
2. Плотников А.Н. Изменение напряженно-деформированного состояния железобетонной перекрестно-ребристой системы в процессе ее включения в состав слоистого перекрытия высотой 2,1 м/ Промышленное и гражданское строительство в современных условиях. Сборник научных трудов института строительства и архитектуры. – М.: МГСУ, 2011.
3. Плотников А.Н., Ежов А.В., Сабанов А.И. Перераспределение усилий в перекрестно-ребристом железобетонном перекрытии при эксплуатации/ Промышленное и гражданское строительство в современных ус-

- ловиях. Сборник научных трудов института строительства и архитектуры. – М.: МГСУ, 2011.
4. Plotnikov A.N. Computational model of grids and continuous floors with a ratio of a rigidity on a reinforcement on the basis of substituting a beams-system. / Concrete Floors and Slabs. Proceedings of the International Seminar held at the University of Dundee, Scotland, UK on 5-6 September 2002.
 5. Айвазов Р.Л., Плотников А.Н. Моделирование напряженного состояния перекрестных элементов с различным соотношением жесткостей на изгиб методом конечных элементов/ Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции: Материалы Пятой Всероссийской конференции НАСКР–2005. – Чебоксары, 2005.
 6. Плотников А.Н. Распределение и перераспределение усилий в опертых по контуру железобетонных сетчато-ребристых составных перекрытиях./ Сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции молодых ученых «Строительные конструкции - 2000». Часть 1 . Железобетонные и каменные конструкции. – М.: МГСУ, 2000.
 7. Айвазов Р.Л., Плотников А.Н. Жесткость железобетонных перекрестных систем на кручение и влияние ее изменения на общее НДС./ Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции: Материалы Шестой Всероссийской конференции НАСКР–2007. – Чебоксары, 2009.
 8. Тимошенко С.П. Сопротивление материалов. – М.: Физматгиз. 1960. ч.2.